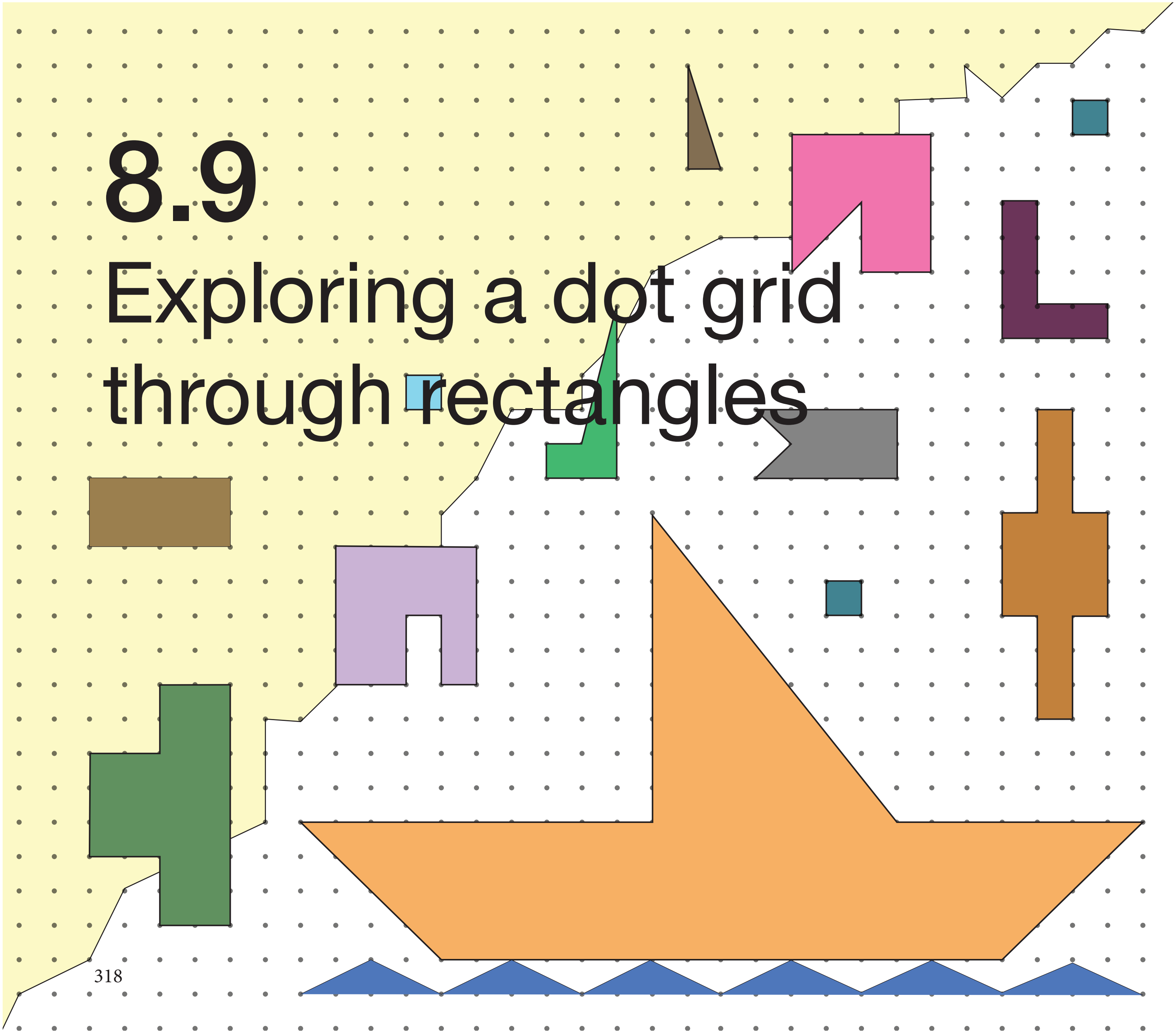
8.9

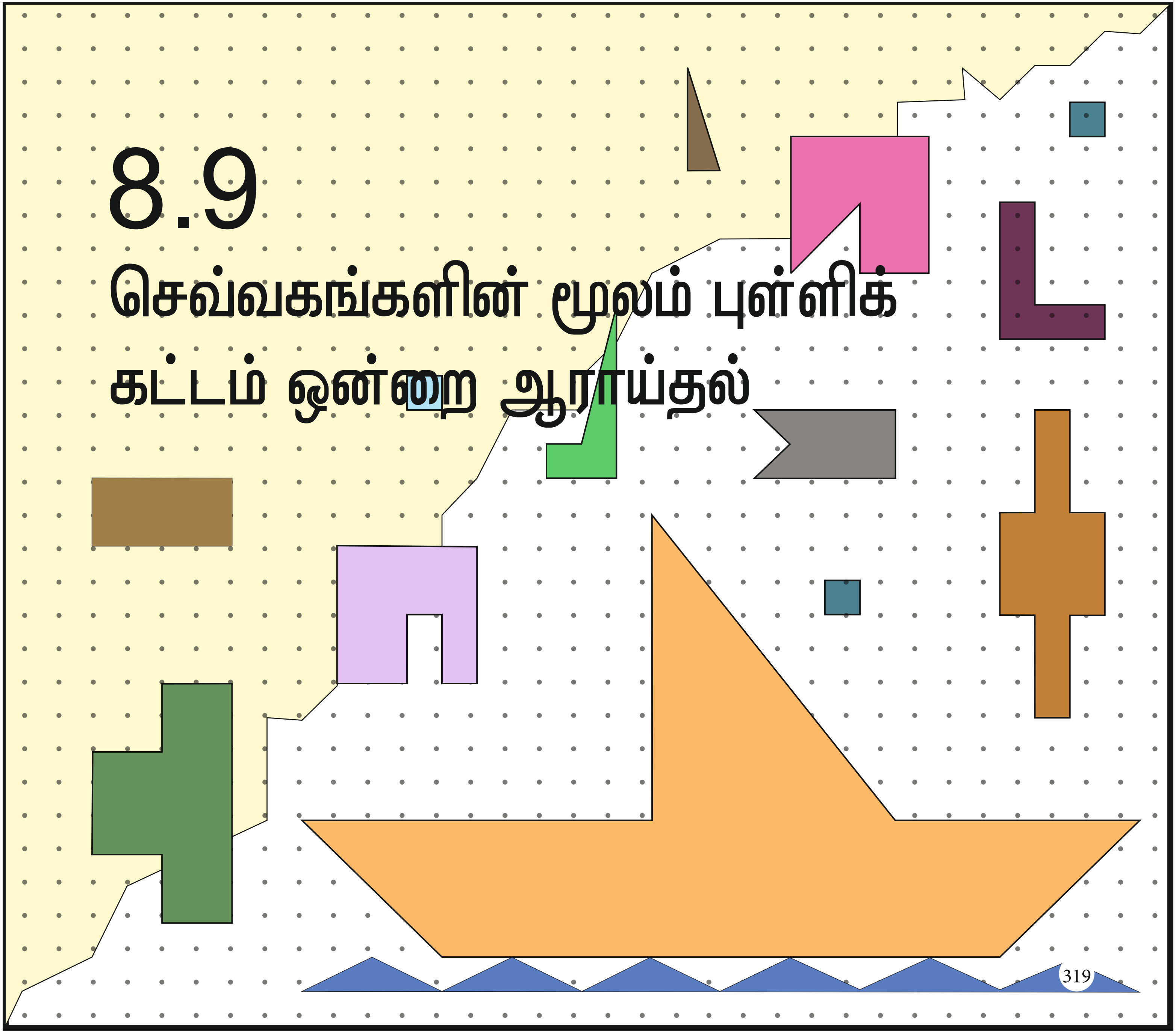
Exploring a dot grid through rectangles



8_enPages_for_TamilBook.indd 159 02/08/22 11:26 PM

8.9

செவ்வகங்களின் மூலம் புள்ளிக் கட்டம் ஒன்றை ஆராய்தல்



8.9. Exploring a dot grid through rectangles

Overview

Students observe and recognise patterns. Based on their observations, they draw some conclusions. But not all the conclusions are valid. These conclusions may be valid in some cases but not in all cases. Consider the question - "What will happen to the area of the rectangle if its perimeter increases?" Many students answer,"With an increase in perimeter, the area also increases", which is not true.

In this Learning Unit, students will explore this question and more such questions using a dot grid and construct various rectangles on it. Based on the observations, they will arrive at the conclusion that there is no obvious relationship between the area and perimeter of rectangles.

An important idea is that we need to look for counter-examples to understand that a statement is not true. As a part of this unit, discuss how in the case of establishing the correctness of a mathematical result, giving examples is not enough; in the case of proving a result wrong, counter-examples are enough.

These questions can be also explored using other contexts, such as those discussed in LU 8.1 and LU 8.14. This activity may be attempted by students individually. However, discussions between students may be encouraged as they attempt the tasks.

Minimum time required

Four sessions of 40 minutes each

Type of Learning Unit

Classroom

8_enPages_for_TamilBook.indd 160 02/08/22 11:26 PM

8.9 செவ்வகங்களின் மூலம் புள்ளிக் கட்டம் ஒன்றை ஆராய்தல்

சுருக்கம்

மாணவர்கள் அமைப்புகளைப் பார்த்து அடையாளம் காண்பார்கள். அவர்கள் உற்றுநோக்கியவற்றின் அடிப்படையில், சில முடிவுகளைத் தீர்மானிப்பார்கள். ஆனால், அவை அனைத்துமே சரியானதாக இருக்கும் என்று சொல்லமுடியாது. சில இடங்களில் சரியாகவும், வேறு சில இடங்களில் தவறாகவும் இருக்கக்கூடும். "செவ்வகத்தின் சுற்றளவு அதிகரித்தால் அதன் பரப்பளவு என்னவாகும்?" என்ற கேள்வியை எடுத்துக் கொள்ளலாம். "சுற்றளவு அதிகரிப்பதால், பரப்பளவும் அதிகரிக்கும்" என்பது பெரும்பாலான மாணவர்களின் பதிலாக இருக்கும். ஆனால் இது உண்மை அல்ல.

இந்தக் கற்றல் பிரிவில், இந்தக் கேள்வியையும் இதுபோன்ற பல கேள்விகளையும் புள்ளிக் கட்டம் (Dot Grid) ஒன்றில் பல்வேறு செவ்வகங்களை வரைவதன் மூலம் மாணவர்கள் ஆராய்வார்கள். உற்றுநோக்குதலின் அடிப்படையில், செவ்வகங்களின் சுற்றளவு மற்றும் அவற்றின் பரப்பளவுக்கு இடையே தெளிவான தொடர்பு ஏதுமில்லை என்ற முடிவுக்கு வந்துவிடுவார்கள்.

எதிர் உதாரணங்களைத் தேடுவதன் மூலம்தான் ஒரு கூற்று உண்மை அல்ல என்பதைப் புரிந்துகொள்ள இயலும் என்பது நாம் தெரிந்துக்கொள்ள வேண்டிய முக்கியமான ஒரு கருத்தாகும். இந்தப் பிரிவின் ஒரு பகுதியில், உதாரணங்களை வழுங்குவதால் மட்டும் ஒரு கணிதத் தீர்வின் சரித்தன்மையை நிரூபிக்க இயலாது என்பதைக் குறித்து உரையாடுங்கள். ஆனால் அதை தவறென காட்டுவதற்கு எதிர் உதாரணங்கள் போதுமானது.

கற்றல் பிரிவுகள் 8.1 மற்றும் 8.14-ல் கலந்துரையாடப்பட்ட சூழல்களிலும் இக்கேள்விகளை ஆராயலாம். மாணவர்கள் தனித்தனியாக இந்தச் செயல்பாட்டை முயற்சி செய்யலாம். எனினும், செயல்களைச் செய்யும்போது அவர்களிடையே கலந்துரையாடல்களை ஊக்குவிக்கலாம்.

குறைந்தபட்ச நேரம்

40 நிமிடங்களைக் கொண்ட நான்கு அமர்வுகள்

கற்றல் பிரிவின் வகை

வகுப்பறை

Unit-specific objectives

- To find the areas and perimeters of rectangles on a dot grid
- To formulate conjectures based on the areas and perimeters of rectangles
- To understand the relationship between the area and perimeter of rectangles

Prerequisites

Students should have a basic understanding of area and perimeter of rectangles and triangles.

Introduction

You have calculated areas and perimeters of figures like rectangles and triangles many times. Have you ever wondered what is the relationship between area and perimeter of a figure? What happens when area increases? Does the perimeter increase or decrease? What happens to the area if the perimeter decreases?

Here, we will explore the relationship between the area and perimeter of rectangles. We will do this, however, with an important constraint – the rectangles will be those that can be drawn on a dot grid such that the corners (vertices) of the rectangles are grid points.

Look at the grid paper you have.

Let us call the length of the line segment AB (shown in figure 1) as one unit of length.

Materials

Grid papers (each student will require three to four square dot grid papers), pencils

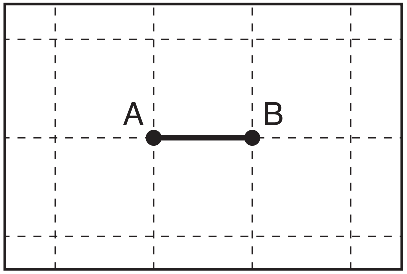


Figure 1

8_enPages_for_TamilBook.indd 161 02/08/22 11:26 PM

பாடப்பிரிவு சார்ந்த இலக்குகள்

- புள்ளிக் கட்டம் ஒன்றின் உதவியோடு செவ்வகங்களின் சுற்றளவுகளையும் பரப்பளவுகளையும் கணக்கிடுதல்.
- செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகள் மற்றும் சுற்றளவுகளைக் கொண்டு ஊகங்களை உருவாக்குதல்.
- செவ்வகங்களின் பரப்பளவுக்கும் சுற்றளவுக்கும் இடையேயான தொடர்பைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.

தேவையான புரிதல்கள்

செவ்வகங்கள் மற்றும் முக்கோணங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு குறித்த அடிப்படைப் புரிதலை மாணவர்கள் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

முன்னுரை

செவ்வகங்கள் மற்றும் முக்கோணங்கள் போன்ற வடிவங்களுக்குப் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவை நீங்கள் பலமுறைக் கணக்கிட்டிருப்பீர்கள். ஒரு வடிவத்தின் பரப்பளவுக்கும் சுற்றளவுக்கும் இடையே என்ன தொடர்பு இருக்கும் என யோசனை செய்திருக்கிறீர்களா? பரப்பளவு அதிகரித்தால் என்ன நடக்கும்? சுற்றளவு அதிகரிக்குமா அல்லது குறையுமா? சுற்றளவு குறைந்தால் பரப்பளவு என்னவாகும்?

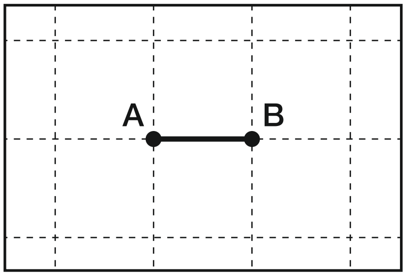
செவ்வகங்களின் சுற்றளவுக்கும் பரப்பளவுக்கும் இடையேயான தொடர்பை இங்கு நாம் ஆராய உள்ளோம். எனினும், ஒரு முக்கிய கட்டுப்பாடுடன்தான் இதை செய்ய போகிறோம் - புள்ளிக் கட்டங்களில் (Dot Grid) வரையக்கூடிய செவ்வகங்களை மட்டும்தான் எடுத்துக்கொள்ளப்போகிறோம். இதனால், செவ்வகங்களின் முனைகள் (vertices) கட்டத்திலுள்ள புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும்.

உங்களிடம் இருக்கும் கட்டத் தாளை பாருங்கள்.

கோட்டுத்துண்டு AB-யின் நீளத்தை ஓர் அலகு நீளமாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

பொருள்கள்

கட்டத் தாள்கள் (ஒவ்வொரு மாணவரிடமும் மூன்று அல்லது நான்கு சதுர புள்ளிக் கட்டத் தாள்கள் இருக்க வேண்டும்), பென்சில்கள்.



படம் 1

Ask the students what are the other lengths they can consider as units on the grid paper. Discuss what will happen if the diagonal is chosen as the unit.

If we consider the diagonal as one unit, then the length of the line segment in figure 1 is $\frac{1}{\sqrt{2}}$ units, which is less convenient to deal with.

Now, considering the above length as one unit, what can you say about the area of the shape in figure 2? Why do you think so? Discuss with your friends.

____

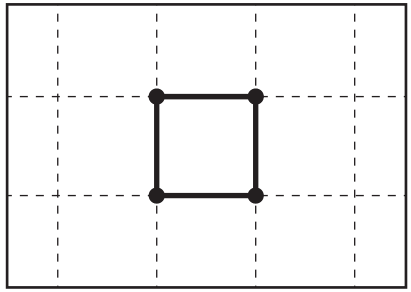


Figure 2

At this point, do take some time out and discuss with your students about the meaning of 'the area is one square unit'. Try to emphasise the fact that any area equal to the area covered by one square of side unit length is defined to be one square unit, and is not just because the area of a square is side × side.

While asking the students to draw different shapes of area one square unit, ask them why they think these shapes have area one sq unit. Remember that one unit length is the distance between two adjacent dots. Some examples are given here:

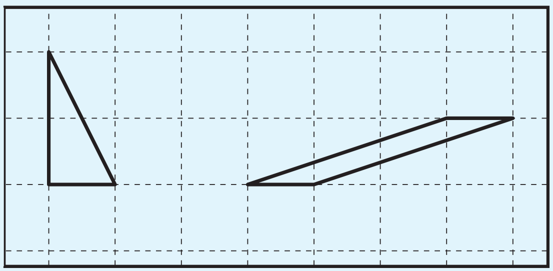


Figure T1

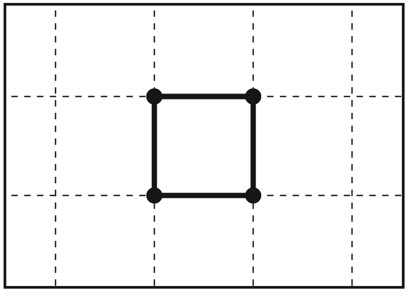
After the students have drawn figures of area one square unit, ask them to justify their answers.

8_enPages_for_TamilBook.indd 162 02/08/22 11:26 PM

கொடுக்கப்பட்ட கட்டத் தாளில் வேறெந்த நீளங்களை அலகுகளாக எடுத்துக் கொள்ளலாம் என்று மாணவர்களிடம் கேளுங்கள். மூலைவிட்டத்தை அலகாக எடுத்துக் கொள்வது எவ்வாறிருக்கும் என்பது குறித்துக் கலந்துரையாடுங்கள்.

மூலைவிட்டத்தை ஓர் அலகாக எடுத்துக் கொண்டோமென்றால், கோட்டுத் துண்டத்தின் நீளம் $\frac{1}{\sqrt{2}}$ என்றாகும். இது கணக்கிடும்போது வசதியாக இருக்காது.

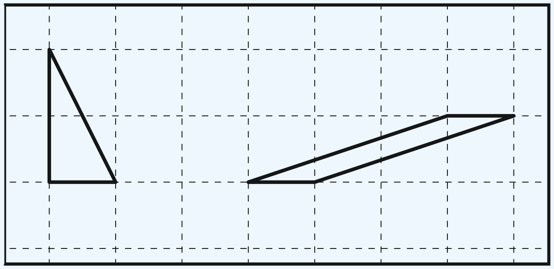
இந்தத் துண்டத்தின் நீளத்தை ஓர் அலகாக எடுத்துக்கொண்டால், படம் 2-ல் உள்ள வடிவத்தின் பரப்பளவைக் குறித்து உங்களால் என்ன கூறமுடியும்? காரணங்களைக் கூறவும். உங்களின் நண்பர்களுடனும் கலந்துரையாடுங்கள்.



படம் 2

இந்தச் சமயத்தில், சிறிது நேரம் செலவளித்து "இதன் பரப்பளவு ஒருசதுர அலகு" என்பதற்கான அர்த்ததை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடுங்கள். ஓர் அலகு நீள பக்கத்தைக் கொண்ட ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவுக்குச் சமமாக இருக்கும் எந்த ஒரு வடிவமும், ஓர் அலகு சதுரமாக வரையறுக்கப்படும் என்ற உண்மையை முன்னிலைப்படுத்த முயற்சியுங்கள். மேலும், ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு பக்கம் × பக்கம் என்பதால் மட்டுமே இவ்வாறு இருப்பதில்லை.

ஒருசதுர அலகு பரப்பளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு வடிவங்களை மாணவர்கள் வரைந்திடும்போது, அவை ஒருசதுர அலகு பரப்பளவைத்தான் கொண்டுள்ளது என ஏன் நினைக்கிறீர்கள் என்ற கேள்வியை எழுப்புங்கள். அடுத்தடுத்த இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையேயான நீளம்தான் "ஓர்-அலகு-நீளம்" என்பதை நினைவில் கொள்ளுங்கள். சில எடுத்துக்காட்டுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:



படம் T1

ஒரு சதுர அலகு பரப்பளவைக் கொண்ட வடிவங்களை மாணவர்கள் வரைந்து முடித்த பின்னர், அவர்களின் பதில்களை நியாயப்படுத்த சொல்லுங்கள்.

Task 1: Any more unit areas?

Draw a few more (at least two) figures such that their areas are also one square unit.

In the following task, encourage the students to draw various rectilinear figures. The main objective of this activity is for the students to realise that area is not just a formula, and that they can actually find the area simply by counting the units squares or half-squares on the dot grid. One way to calculate the area of a rectilinear shape is shown in figure T2.

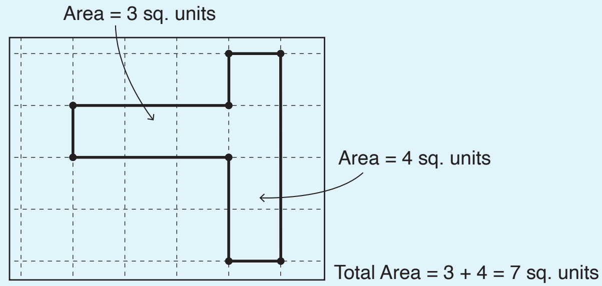


Figure T2

Task 2: When all adjacent sides are perpendicular.

The polygons drawn in figure 3 are called rectilinear polygons.

Draw five such figures and find their areas and perimeters.

Remember that all the vertices of these figures should be on the grid points.

A rectilinear polygon is a polygon, all of whose angles are either 90° or 270°. Some examples of rectilinear shapes are given here.

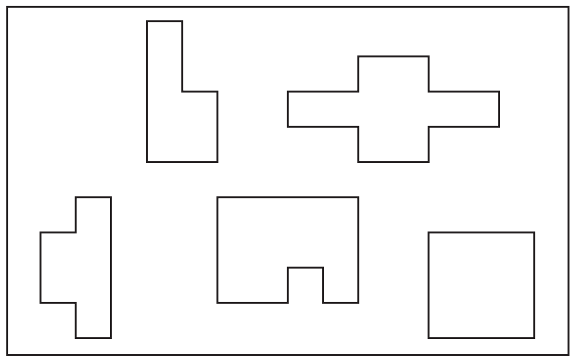


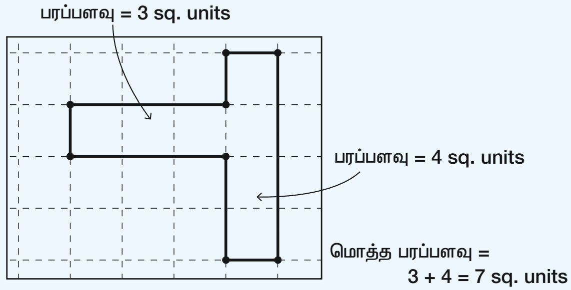
Figure 3

8_enPages_for_TamilBook.indd 163 02/08/22 11:26 PM

செயல் 1: ஒரு சதுர அலகு பரப்பளவை கொண்ட வேறு வடிவங்கள் உள்ளனவா?

ஒருசதுர அலகு பரப்பளவைக் கொண்ட மேலும் சில வடிவங்களை (குறைந்தபட்சம் இரண்டு) வரைந்திடுங்கள்.

பின்வரும் செயலில், பல்வேறு நேர்கோட்டு வடிவங்களை வரைந்திட மாணவர்களை ஊக்குவியுங்கள். பரப்பளவு என்பது வெறும் சூத்திரம் மட்டுமல்ல என்பதையும், புள்ளிக் கட்டத்திலுள்ள சதுரங்கள் அல்லது அரை-சதுரங்களை எண்ணுவதின்மூலம் பரப்பளவைக் கணக்கிடலாம் என்பதையும் மாணவர்கள் உணர்ந்து கொள்வதே இச்செயலின் முக்கிய நோக்கமாகும். நேர்கோட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுவதற்கான ஒரு வழிமுறை படம் T2-ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



படம் T2

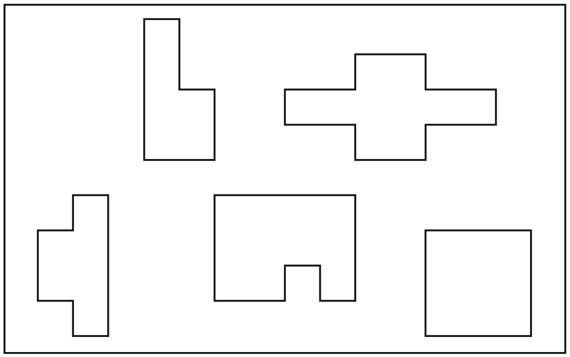
செயல் 2: கொடுக்கப்பட்ட வடிவங்களில் அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் அனைத்தும் செங்குத்தாக இருக்கும் போது . . .

படம் 3-ல் வரையப்பட்டுள்ள வடிவங்கள் அனைத்தையும் நேர்கோட்டுப் பலகோணங்கள் என்றழைக்கிறோம்.

இது போன்ற ஐந்து வடிவங்களை வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கணக்கிடுங்கள்.

இவ்வடிவங்களின் முனைகள் அனைத்தும் கட்டத்திலுள்ள புள்ளிகளோடு பொருந்த வேண்டும் என்பதை மனதில் வைத்துக் கொள்ளுங்கள்.

நேர்கோட்டுப் பலகோணம் என்பது ஒருவகைப் பலகோணமாகும். அவற்றில், கோடுகளுக்கு இடையேயான கோணங்கள் யாவும் 90° அல்லது 270° ஆக இருக்கும். நேர்கோட்டு வடிவங்களுக்குச் சில எடுத்துக்காட்டுக்கள் இங்கே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



படம் 3

In the following task, try to bring to the students' attention that the figures given below can be found by cutting some triangles from or adding some triangles to a rectilinear figure. And hence one way to calculate their area is to subtract the area of the said triangles. The main objective of this activity is similar to the earlier one. This activity will encourage students further to calculate area by counting, adding and subtracting.

Also, ask the students if these figures are rectilinear figures or not and let them reason why these figures are not rectilinear figures.

Task 3: What if some adjacent sides are not perpendicular...?

Figure 4 shows some polygons. Find the area of the given figures.

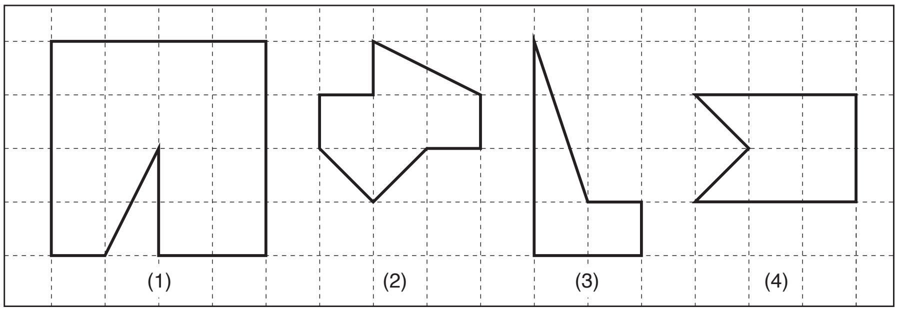


Figure 4

For the following task, encourage the students to measure areas using alternative methods. It is not necessary that everyone uses the formula to calculate area; they can count the number of unit squares inside the rectangles, or divide the rectangles into squares and add their areas, or make triangles and find the area. Different methods will also give them assurance of how the measure of the region—i.e., area remains the same even if different methods are used.

When students come up with rectangles which are not aligned to the two perpendicular axes, ask them to explore the possibility of finding the areas and perimeters of these rectangles.

One of the ways of finding the area of a tilted rectangle is to surround the rectangle with a square and remove the areas of the triangles as shown in figure T3.

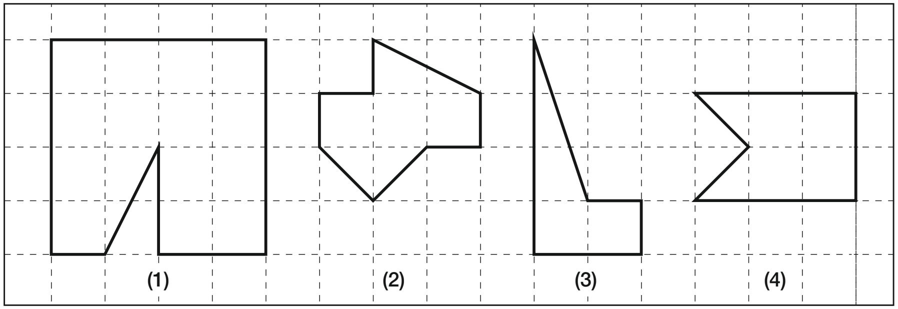
8_enPages_for_TamilBook.indd 164 02/08/22 11:26 PM

பின்வரும் செயலில், ஒரு நேர்கோட்டு வடிவத்துடன் சில முக்கோணங்களைச் சேர்ப்பதால் அல்லது கழிப்பதால் மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களைப் பெற்றுவிடலாம் என்ற கருத்தை மாணவர்களின் கவனத்துக்கு கொண்டு வர முயற்சி செய்யுங்கள். ஆதலால், குறிப்பிட்ட முக்கோணங்களின் பரப்பளவைக் கழிப்பதன்மூலம், வடிவத்தின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுவது ஒரு வழிமுறை ஆகும். இந்தச் செயலின் முக்கிய நோக்கமும் முந்தைய செயலின் நோக்கத்தை போலதான். இச்செயல்பாடு, வடிவங்களை எண்ணுவதன்மூலம் பரப்பளவைக் கணக்கிடுவதற்கு மேலும் ஊக்கமளிக்கும்.

மேலும், இவை நேர்கோட்டு வடிவங்களா இல்லையா என்று கண்டுபிடிக்கும்படி மாணவர்களிடம் கூறுங்கள். அவை ஏன் நேர்கோட்டு வடிவங்கள் இல்லை என்பதற்கான காரணங்களை அவர்கள் சிந்திக்கட்டும்.

செயல் 3: அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் செங்குத்தாக இல்லையென்றால்...?

நேர்கோடற்ற பலகோணங்கள் சிலவற்றைப் படம் 4-ல் நீங்கள் பார்க்கலாம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுங்கள்.



படம் 4

பின்வரும் செயலில், மாற்று வழிமுறைகளைப் பயன்படுத்தி பரப்பளவைக் கணக்கிட மாணவர்களை ஊக்குவியுங்கள். பரப்பளவைக் கணக்கிட சூத்திரத்தைத்தான் பயன்படுத்த வேண்டும் என்ற அவசியமில்லை. செவ்வகங்களில் உள்ள ஓர் அலகு சதுரங்களை எண்ணலாம், அல்லது செவ்வகங்களைச் சதுரங்களாக பிரித்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் கூட்டலாம், அல்லது வடிவத்தில் முக்கோணங்களை அமைத்தும் கணக்கிடலாம். பல்வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், ஒரு பகுதியின் பரப்பளவை அளவிடுவதில் அவர்கள் நம்பிக்கைப் பெறுவார்கள். அதாவது வெவ்வேறு வழிமுறைகளைப் பயன்படுத்தினாலும் பரப்பளவு ஒன்றாகவேதான் இருக்கப்போகிறது.

இரண்டு செங்குத்து அச்சுக்களோடு பொருந்தாத செவ்வகங்களை மாணவர்கள் வரைந்தார்களென்றால், அவற்றின் பரப்பளவுகள் மற்றும் சுற்றளவுகளைக் கணக்கிடும் வழிகளை ஆராயக் கூறுங்கள்.

இவ்வாறான சாய்ந்த செவ்வகம் ஒன்றின் பரப்பளவைக் கணக்கிடும் வழி இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அச்செவ்வகத்தை உள்ளடக்கிய ஒரு சதுரத்தை வரையுங்கள். பின்னர், செவ்வகத்தை சுற்றியுள்ள சதுரங்களிலுள்ள முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளைக் கழித்திடுங்கள். படம் T3-ல் இதை நீங்கள் பார்க்கலாம்.

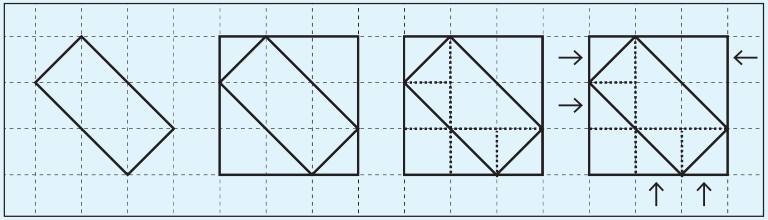


Figure T3

The students might find it difficult to find the perimeter of the rectangle in figure T4. You can ask them to calculate the length using Pythagoras' theorem and encourage them to discuss what the length can be. This might need you to introduce to the students how square roots can be added (e.g., $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=4\sqrt{2}$ and not $\sqrt{8}$). If some of the students suggest that $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{8}$, ask them to justify their answer. Help them see that this is not the case. One way to do this is to square both the entities ($4\sqrt{2}$ and $\sqrt{8}$) and see that they are not equal.

The important thing is to note that for any tilted rectangle on the grid, the side of the rectangle is of the type $\sqrt{n}$, where n is a natural number.

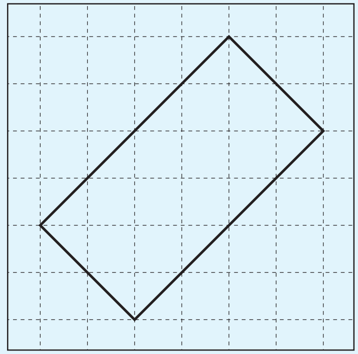


Figure T4

Task 4: Focusing on rectangles

Draw five rectangles on the grid paper. Keep in mind the following:

1. The vertices of the rectangles should be grid points.
2. The rectangles should be of different sizes.
3. At least one of the rectangles should be tilted.
4. Measure and write the area and the perimeter of the rectangles which are not tilted. Discuss how you got your answers.

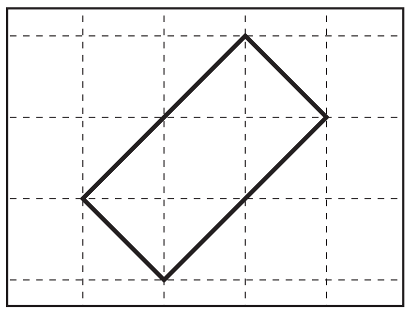
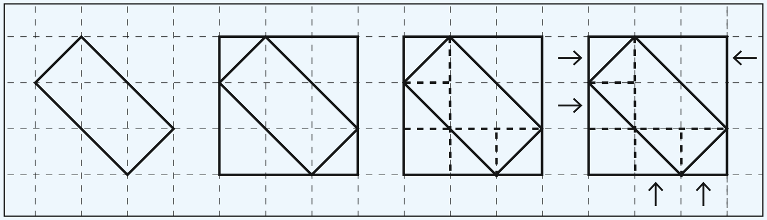


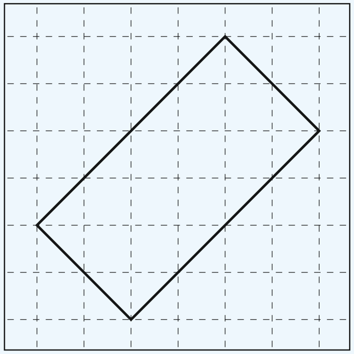
Figure 5 *Tilted rectangle*

8_enPages_for_TamilBook.indd 165 02/08/22 11:26 PM



படம் T3

படம் T4-ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் கணக்கிடுவது மாணவர்களுக்குக் கடினமாக இருக்கலாம். நீளத்தைக் கணக்கிட பிதாகரஸ் தேற்றத்தை அவர்கள் பயன்படுத்தலாம். பின்னர், செவ்வகத்தின் நீளம் என்னவாக இருக்கும் என்பதைக் குறித்து உரையாட ஊக்குவியுங்கள். இந்தச் சமயத்தில் வர்க்கமூலங்களைக் கூட்டுவது குறித்து மாணவர்களுக்கு அறிமுகம் செய்ய வேண்டியது இருக்கும் (எ.க., $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=4\sqrt{2}, \sqrt{8}$ அல்ல). $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{8}$ என்று சில மாணவர்கள் சொன்னார்களென்றால், அப்பதிலை நிரூபிக்கும்படி கூறுங்கள். இது சரியான விடையில்லை என்பதை அவர்களுக்குப் புரிய வையுங்கள். இரண்டு எண்களின் வர்க்கத்தைக் கணக்கிடுவதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம் ($4\sqrt{2}$ மற்றும் $\sqrt{8}$ ஆகியவற்றின் வர்க்கங்கள் சமமில்லை என்பதைத் தெரிந்துக்கொள்ளுங்கள்).



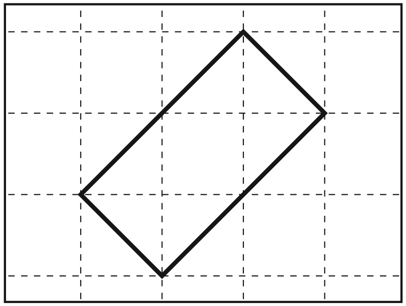
படம் T4

புள்ளிக் கட்டத்தில் இடம்பெற்றுள்ள எந்தவொரு சாய்ந்த செவ்வகத்தின் பக்கமும் $\sqrt{n}$ என்ற வகையில் இருக்கும் என்பது முக்கியமாகும். இங்கு, n என்பது இயல் எண் ஆகும்.

செயல் 4: செவ்வகங்களைக் கவனிப்போம்

புள்ளிக் கட்டத் தாளில் ஐந்து செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். பின்வரும் கருத்துக்களை நினைவில் கொள்ளுங்கள்:

1. செவ்வகங்களின் முனைகள் கட்டத்தின் புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும்.
2. செவ்வகங்கள் வெவ்வேறு அளவுகளைக் கொண்டிருக்கவேண்டும்.
3. ஒன்றாவது சாய்வு செவ்வகமாக இருக்கவேண்டும்.
4. சாய்வில்லா செவ்வகங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவை அளந்து குறித்து வையுங்கள். உங்களின் பதில்களை எவ்வாறு பெற்றீர்கள் என்பது குறித்துக் கலந்துரையாடுங்கள்.



படம் 5 *சாய்வு செவ்வகம்*

The vertices of the rectangles should be grid points!

For every sub-task in the next task, draw a table like table T1 on the board and record the students' findings. (Table T1 provides one example for perimeter equal to 12 units.)

Perimeter is 12 units			
Rectangle	**Length**	**Breadth**	**Area**
i	1	5	5
ii	2	4	8
iii	3	3	9
iv	4	2	8
v	5	1	5

Table T1

While you are recording in the table, you can try to record the lengths in ascending or descending order so that the students notice a pattern in the length and the breadth. Discuss with the students which rectangles are congruent (same) and which are not. And why?

Apart from tables, you can also use graphs, or plots of lengths versus area. Plots make some of the symmetry more visible.

You can also bring to their notice that in case of perimeter 16 units, the largest area is occupied by the square (length and breadth are equal). In the case of 18, the largest area is covered when the difference between the length and the breadth is the lowest possible. Do point out that the difference of 1 is the lowest possible because we are working with whole numbers.

The two numbers 16 and 18 have been chosen, because for one of them (16) you get a square of area i.e., 16 square units, and for the other (18) you do not. You can use this as an opportunity to have a conversation about the form (4*s*) for a perimeter which is necessary to get a square of that perimeter. So there can be questions like, "Can there be a square of perimeter 22 on the grid?" Ask them to give reasons for their answers.

For all the sub-tasks in this unit, while you are recording in the table, you can try to record the lengths in ascending or descending order so that the children notice a pattern in the length and the breadth.

8_enPages_for_TamilBook.indd 166 02/08/22 11:26 PM

செவ்வகங்களின் முனைகள் கட்டப் புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும்!

அடுத்த செயலில் உள்ள அனைத்துத் துணைச் செயல்களுக்கும் அட்டவணை T1 போன்ற ஒன்றைக் கரும்பலகையில் வரைந்திடுங்கள். இதில், மாணவர்களின் பதில்களைப் பதிவிடுங்கள். (அட்டவணை T1-ல் 12 அலகுகள் சுற்றளவைக் கொண்ட ஓர் எடுத்துக்காட்டு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.)

சுற்றளவு 12 அலகுகள்			
செவ்வகம்	நீளம்	அகலம்	பரப்பளவு
i	1	5	5
ii	2	4	8
iii	3	3	9
iv	4	2	8
v	5	1	5

அட்டவணை T1

அட்டவணையில், நீளங்களை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்குவரிசையில் பதிவிடுங்கள். இதனால், நீளம் மற்றும் அகலத்துக்கு இடையே அமைப்பு/தொடர்பு உள்ளதா என்பதைத் தெரிந்துக்கொள்வது மாணவர்களுக்கு எளிதாக இருக்கும். எந்தச் செவ்வகங்கள் ஒன்றுபோல் உள்ளன என்றும் எவைஎவை மாறுபடுகின்றன என்பதையும் குறித்து மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடுங்கள். காரணங்களையும் கூறுங்கள்.

அட்டவணைகளைத் தவிர, வரைபடங்களைப் பயன்படுத்தலாம். அதாவது பரப்பளவு மற்றும் நீளத்தின் இடையேயான ஒரு வரைபடம். வரைபடங்கள் சில தொடர்புகளைத் தெளிவாக வெளிப்படுத்தும்.

சுற்றளவு 16 அலகுகள் இருக்கும் பட்சத்தில், சதுரம் (நீளமும் அகலமும் இதில் சமம்) தான் மிகப்பெரிய பரப்பளவைக் கொண்டிருக்கும் என்பதையும் மாணவர்களின் கவனத்துக்கு கொண்டுவரலாம். சுற்றளவு 18 ஆக இருக்கும்போது என்ன நிலைமை என்று பார்க்கலாம். நீளத்துக்கும் அகலத்துக்கும் இடையேயான வேறுபாடு மிகக்குறைவானதாக இருந்தால் மிகப்பெரும் பரப்பளவு நிரப்பப்படும். முழு எண்களை நாம் எடுத்துக்கொண்டுள்ளோம் என்பதால் இரு எண்களுக்கு இடையேயான மிகக்குறைவான வேறுபாடு 1 ஆகத்தான் இருக்கமுடியும் என்பதைச் சுட்டிக்காட்டுங்கள்.

எண்கள் 16 மற்றும் 18 தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டது ஏனென்றால், ஒன்றில் (16) பரப்பளவு சதுரமாக இருக்கும், அதாவது 16 சதுர அலகுகள், மற்றொன்றில் (18) அவ்வாறு இருக்காது. இந்தத் தருணத்தைப் பயன்படுத்தி சுற்றுளவின் வகை (4p) எவ்வாறிருந்தால் அந்தச் சுற்றளவைக் கொண்ட ஒரு சதுரம் கிடைக்கும் என்பது குறித்த உரையாடலை நிகழ்த்தலாம். இந்தச் சமயத்தில், "22ஐ சுற்றளவாக கொண்ட ஒரு சதுரம் புள்ளிக் கட்டத்தில் இருப்பது சாத்தியமா?" போன்ற கேள்விகள் எழலாம். மாணவர்களைத் தங்களின் பதில்களுக்குக் காரணங்களைக் கூறும்படி கேளுங்கள்.

இந்தக் கற்றல் பிரிவில் உள்ள அனைத்துத் துணைச் செயல்களிலும், அட்டவணையில் நீளங்கள் மற்றும் அகலங்களை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் பதிவிட முயற்சி செய்யுங்கள். இதனால் மாணவர்கள் எளிதாக எண்களுக்கு மத்தியில் இருக்கும் அமைப்பைத் தெரிந்துக்கொள்ள முடியும்.

Task 5: Perimeter same but rectangles different

Sub task 1

1. Draw different rectangles on your dot grid, all of which have a perimeter of 16 units. (Draw as many as you can.)
2. Complete the table given below based on your rectangles.
3. Which rectangle has the largest area? Which rectangle has the smallest area?
4. Compare your table with those of your friends.
5. Did you get a square in your table? Is a square also a rectangle? ______________________

Note: "Semi-perimeter" of the rectangle is half of the perimeter.

Perimeter is 16 units				
Rectangle	**Length**	**Breadth**	**Semi-perimeter**	**Area**
i				
ii				
...				

Table 1

Sub task 2

1. Draw different rectangles on your dot grid, all of which have a perimeter of 18 units. (Draw as many as you can.)
2. Complete the table given below based on your rectangles.
3. Which rectangle has the largest area? Which rectangle has the smallest area?
4. Compare your table with the tables drawn by your friends.
5. Did you get a square in your table?

Perimeter is 18 units				
Rectangle	**Length**	**Breadth**	**Semi-perimeter**	**Area**
i				
ii				
...				

Table 2

8_enPages_for_TamilBook.indd 167 02/08/22 11:26 PM

செயல் 5: ஒரே சுற்றளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்கள்

துணைச் செயல் 1

1. உங்களின் புள்ளிக் கட்டத் தாளில் வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். அனைத்து வடிவங்களின் சுற்றளவும் 16 அலகுகளாக இருக்க வேண்டும். (எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
2. உங்களின் செவ்வகங்களுக்குப் ஏற்றபடி பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
3. எந்தச் செவ்வகம் மிகப்பெரிய பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது? எந்தச் செவ்வகம் மிகக்குறைந்த பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது?
4. உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகளுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.
5. உங்கள் அட்டவணையில் சதுரமேதும் இடம்பெற்றுள்ளதா? ஒருசதுரத்தைச் செவ்வகமாகவும் கருதிக் கொள்ளலாமா? _ _ _ _

குறிப்பு: செவ்வகத்தின் "அரை-சுற்றளவு" என்பது அதன் சுற்றளவில் பாதியாகும்.

சுற்றளவு 16 அலகுகள்				
செவ்வகம்	**நீளம்**	**அகலம்**	**அரை-சுற்றளவு**	**பரப்பளவு**
i				
ii				
...				

அட்டவணை 1

துணைச் செயல் 2

1. உங்களின் புள்ளிக் கட்டத் தாளில் வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். அனைத்து வடிவங்களின் சுற்றளவும் 18 அலகுகளாக இருக்க வேண்டும். (எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
2. உங்களின் செவ்வகங்களுக்குப் ஏற்றவாறு பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
3. எந்தச் செவ்வகம் மிகப்பெரிய பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது? எந்தச் செவ்வகம் மிகக்குறைந்த பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது?
4. உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகளுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.
5. உங்கள் அட்டவணையில் சதுரமெதும் இடம்பெற்றுள்ளதா?

சுற்றளவு 18 அலகுகள்				
செவ்வகம்	**நீளம்**	**அகலம்**	**அரை-சுற்றளவு**	**பரப்பளவு**
i				
ii				
...				

அட்டவணை 2

The vertices of the rectangles should be grid points!

In the next task, for every sub-task, draw a table like this on the board and record the students' findings.

Area is _____ square units.				
Rectangle	**Length**	**Breadth**	**Semi-perimeter**	**Perimeter**
i				
ii				
...				

Table T2

In the case of 36 square units, try to bring out the fact that the square (each side 6 units) has the lowest perimeter. And that for a given area, larger the difference between the two lengths, the greater is the perimeter.

Please note that for at least two of the sub-tasks given below, you will get at least one pair of tilted rectangles whose area would be the required area.

If the students do not come up with these examples themselves, give them clues to draw these tilted rectangles and find their areas and perimeters.

In these tasks, the students will work with 3 numbers: 36, 17, and 24. Each of these numbers gives different types of rectangles whose area is that number.

In the case of 36, you get a square (side 6 units) along with a few more rectangles; you will also get tilted rectangles whose area is 36 square units. For 17, you get 1 rectangle whose sides are parallel to the grid axis, which is definitely not a square. But you get a tilted square of area 17 square units (see figure T5). In the case of 24, you don't get a square on the grid but get rectangles both straight and tilted. Interestingly, in case of 24, you get a tilted rectangle which is 3 copies of a tilted rectangle of area 8 square units (see figure T6).

8_enPages_for_TamilBook.indd 168 02/08/22 11:26 PM

செவ்வகங்களின் முனைகள் கட்டப் புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும்!

பின்வரும் செயலில் உள்ள அனைத்துத் துணைச் செயல்களுக்கும் இது போன்ற ஓர் அட்டவணையைக் கரும்பலகையில் வரைந்திடுங்கள். அதில் மாணவர்களின் தரவுகளைப் பதிவிடுங்கள்.

சுற்றளவு ______ அலகுகள்				
செவ்வகம்	**நீளம்**	**அகலம்**	**அரை-சுற்றளவு**	**பரப்பளவு**
i				
ii				
...				

அட்டவணை T2

36 சதுர அலகுகளை எடுத்துகொள்ளும்போது, சதுரத்துக்கு (ஒவ்வொரு பக்கமும் 6 அலகுகள்) மிகக்குறைவான சுற்றளவு இருக்கும் என்ற கருத்தை முன்னிலைப்படுத்த முயற்சி செய்யுங்கள். மேலும், ஒரு பரப்பளவை எடுத்துக்கொண்டால் இரண்டு பக்கங்களின் அளவுகளுக்கு இடையேயான வேறுபாடு அதிகமானால் சுற்றளவும் பெரிதாக இருக்கும்.

குறைந்தபட்சம் இரண்டு துணைச்செயல்களில், ஒரு ஜோடி சாய்வு செவ்வகங்களாவது கொடுக்கப்பட்ட பரப்பளவைக் கொண்டிருக்கவேண்டும் என்பதைக் கவனத்தில் வையுங்கள்.

இந்த எடுத்துக்காட்டுகளை மாணவர்கள் சொல்லவில்லை என்றால், இச்சாய்வு செவ்வகங்களை வரைந்திடவும் அவற்றின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவை அளவிடவும் அவர்களுக்குத் துப்புகளை வழங்கிடுங்கள்.

இச்செயல்களில் மாணவர்கள் மூன்று எண்களைப் பயன்படுத்துவார்கள்: 36, 17, 24. இதன்மூலம், இவ்வெண்களின் பரப்பளவுகளைக் கொண்ட வெவ்வெறு வகையான செவ்வகங்களைப் பெறுவோம்.

36-ஐ எடுத்துகொண்டோமானால், ஒரு சதுரமும் (பக்கம் 6 அலகுகள்) மேலும் சில செவ்வகங்களும் நமக்கு கிடைக்கும். 36 சதுர அலகுகளைக் கொண்ட சாய்வு செவ்வகங்களையும் பெறுவீர்கள். 17-க்கு, அச்சுக்கோடுகளுக்கு இணையாக இருக்கும் ஒரு செவ்வகத்தைப் பெறுவீர்கள். இது கண்டிப்பாக ஒரு சதுரமாக இருக்காது. ஆனால், 17 சதுர அலகுகளைக் கொண்ட ஒரு சாய்வு சதுரத்தைப் பெறுவீர்கள் (படம் T5-ஐ பாருங்கள்). 24-ஐ பொறுத்த வரையில் சதுரம் இருக்காது, ஆனால் நேரான மற்றும் சாய்வான செவ்வகங்களைப் பெறுவீர்கள். சுவாரஸ்யமாக, 24-க்கு பெறும் சாய்வு செவ்வகத்தில் மூன்று நகல்கள் 8 சதுர அலகு செவ்வகம் உள்ளன. (படம் 6-ஐ பாருங்கள்)

Task 6: Now... some same area rectangles

Sub task 1

1. Draw different rectangles which have an area of 36 square units. (Draw as many as you can.)
2. Fill the given table.
3. Did you get a square?
4. Compare your table with the tables drawn by some of your friends.

Area is 36 square units				
Rectangle	**Length**	**Breadth**	**Semi-perimeter**	**Perimeter**
i				
ii				
...				

Table 3

Sub task 2

1. Draw different rectangles which have an area of 17 square units. (Draw as many as you can.)
2. Fill the given table.
3. Do you see any congruent rectangles among the rectangles you have drawn?
4. Compare your table with the tables filled by some of your friends.

Area is 17 square units				
Rectangle	**Length**	**Breadth**	**Semi-perimeter**	**Perimeter**
i				
ii				
...				

Table 4

8_enPages_for_TamilBook.indd 169 02/08/22 11:26 PM

செயல் 6: ஒரே பரப்பளவைக் கொண்ட சில செவ்வகங்கள்

துணைச் செயல் 1

1. 36 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். (எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
2. கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
3. சதுரம் கிடைத்ததா?
4. உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகள் சிலவற்றினுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.

பரப்பளவு 36 சதுர அலகுகள்				
செவ்வகம்	**நீளம்**	**அகலம்**	**அரை-சுற்றளவு**	**பரப்பளவு**
i				
ii				
...				

அட்டவணை 3

துணைச் செயல் 2

1. 17 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். (எவ்வளவு முடியுமோ அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
2. கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
3. நீங்கள் வரைந்த வடிவங்களில் முழுதுமொத்த செவ்வகங்கள் (congruent rectangles) ஏதும் இருக்கின்றனவா?
4. உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகள் சிலவற்றினுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.

பரப்பளவு 17 சதுர அலகுகள்				
செவ்வகம்	**நீளம்**	**அகலம்**	**அரை-சுற்றளவு**	**பரப்பளவு**
i				
ii				
...				

அட்டவணை 4

Apart from the standard rectangles like 17×1 or 1×17, for area 17 square units, one can also get a tilted rectangle like the one given below.

Side of the square = $\sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$

So, the area of the square is 17 square units.

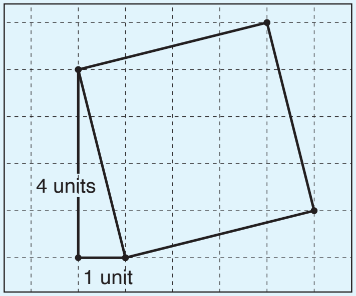


Figure T5

Sub task 3

1. Draw different rectangles having an area of 24 square units. (Draw as many as you can.)
2. Make a table like the one above.
3. Do you see any congruent rectangles among the rectangles you have drawn?
4. Compare your table with tables filled by some of your friends.

Apart from the standard rectangles like 6×4, 8×3, 12×2, 24×1, for area 24 square units, one can also get a tilted rectangle like the one given in figure T6.

Look at the square ABDC. If you count the number of unit of squares inside ABDC, you will find that there are 4 full unit squares and 8 half unit squares. So the area of square ABDC = 8 sq. units. $(4 + (8 \times ½))$

Hence, the area of the rectangle ABHG is

$8 + 8 + 8 = 24$ square units.

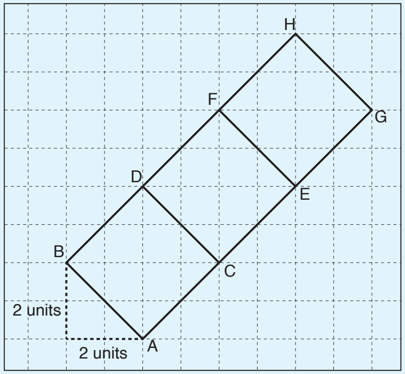
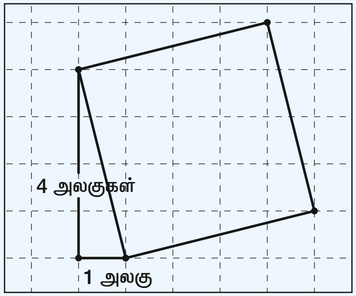


Figure T6

17 சதுர அலகுகள் பரப்பளவை எடுத்துக்கொள்ளும்போது, 17 x 1 அல்லது 1 x 17 போன்ற பொதுவான செவ்வகங்களைத் தவிர கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதைபோல் ஒரு சாய்வு செவ்வகத்தையும் பெறலாம்.

சதுரத்தின் பக்கம் = $\sqrt{1^2+4^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

ஆதலால், சதுரத்தின் பரப்பளவு 17 சதுர அலகுகளாகும்.



படம் T5

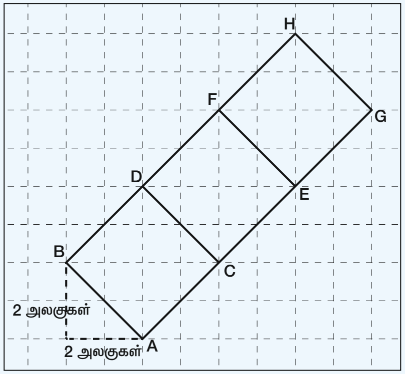
துணைச் செயல் 3

1. 24 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட வெவ்வேறு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள். (எவ்வளவு முடியுமோ, அவ்வளவு செவ்வகங்களை வரைந்திடுங்கள்).
2. கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்பிடுங்கள்.
3. நீங்கள் வரைந்த வடிவங்களில் முழுதுமொத்த செவ்வகங்கள் ஏதும் இருக்கின்றனவா?
4. உங்களின் நண்பர்களின் அட்டவணைகள் சிலவற்றினுடன் உங்களுடையதை ஒப்பிடுங்கள்.

24 சதுர அலகுகள் பரப்பளவில், 6 × 4, 8 × 3, 12 × 2, 24 × 1 போன்ற பொதுவான செவ்வகங்களைத் தவிர, படம் T6-ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதைப்போல் ஒரு சாய்வு செவ்வகத்தையும் பெறலாம்.

ABCD என்ற சதுரத்தைப் பாருங்கள். அதிலுள்ள ஓர் அலகு சதுரங்களை எண்ணும்போது நான்கு முழு சதுரங்களும் எட்டு அரை-சதுரங்களும் இருப்பதைத் தெரிந்துக்கொள்வீர்கள். ஆதலால், ABCD என்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு = 8 சதுர அலகுகள் $(4+8\times\frac{1}{2})$.

ஆதலால், ABHG என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு,
$8+8+8=24$ சதுர அலகுகள்.



படம் T6

Task 7: Next, rectangles with equal areas and equal perimeters

Can you draw two different rectangles whose perimeter is 14 units and area is 12 area units? How many different rectangles did you get? Compare your rectangles with those drawn by your friends. Are they the same?

Did you get different rectangles? If yes, share your answer with your friends and your teacher. If you think it is not possible, think about why not?

After these tasks are completed, try to reach some conclusions for the following statements (More such statements can come from your students.)

1. It is possible that even if the area of a rectangle increases, the perimeter decreases.
2. It is possible that even if the perimeter of a rectangle increases, the area decreases.
3. There are rectangles which are not congruent but have the same area or the same perimeter.
4. There is no obvious relationship between the area and perimeter of a rectangle.
5. If for two rectangles, the area and the perimeter are both equal, then the rectangles are congruent.

Claim: If for two rectangles, the area and the perimeter are both equal, then the rectangles are congruent.

Proof:

Given that: Rectangle 1 and 2 have the same area and the same perimeter.

Let l_1 and b_1 be the length and the breadth of the first rectangle, respectively, and l_2 and b_2 be the length and the breadth of the second rectangle, respectively.

Given that the area of the two rectangles are equal.

So, $l_1 \times b_1 = l_2 \times b_2$ .... (I)

and $2(l_1 + b_1) = 2(l_2 + b_2)$

$l_1 + b_1 = l_2 + b_2$ .... (II)

8_enPages_for_TamilBook.indd 171 02/08/22 11:26 PM

செயல் 7: அடுத்ததாக, ஒரே பரப்பளவுகள் மற்றும் சுற்றளவுகளைக் கொண்ட செவ்வகங்கள்.

14 அலகுகள் சுற்றளவு மற்றும் 12 சதுர அலகுகள் பரப்பளவைக் கொண்ட இரு வெவ்வேறு செவ்வகங்களை உங்களால் வரைய முடியுமா? எத்தனை விதமான செவ்வகங்களைப் பெற்றீர்கள்? உங்களுடைய நண்பர்களின் செவ்வகங்களுடன் ஒப்பிடுங்கள். அவை ஒன்றுபோல இருக்கின்றனவா?

இல்லை வெவ்வேறாக இருக்கின்றனவா? ஆம் என்றால், உங்களுடைய ஆசிரியர் மற்றும் நண்பர்களுடன் உங்களின் பதிலைப் பகிருங்கள். அவ்வாறு இருப்பது சாத்தியமில்லையென்றால், ஏன் என்று சிந்தியுங்கள்.

_ _

_ _

இச்செயல்கள் அனைத்தும் முடிந்த பின்னர், கீழுள்ள கூற்றுகளுக்குச் சில முடிவுகளை எட்ட முயற்சி செய்யுங்கள். (இது போன்ற மேலும் சில கூற்றுகளை உங்களின் மாணவர்கள் கூறலாம்)

1. ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு அதிகரித்தாலும் அதனுடைய சுற்றளவு குறைந்திடுவது சாத்தியமே.
2. ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு அதிகரித்தாலும் அதனுடைய பரப்பளவு குறைந்திடுவது சாத்தியமே.
3. முழுதுமொத்ததாக இல்லாத செவ்வகங்களும் ஒரே பரப்பளவு அல்லது ஒரே சுற்றளவைக் கொண்டிருக்கக்கூடும்.
4. ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவுக்கும் சுற்றளவுக்கும் இடையே தெளிவான எந்தத் தொடர்பும் இல்லை.
5. இரு செவ்வகங்களின் சுற்றளவுகள் மற்றும் பரப்பளவுகள் சமமாக இருந்ததென்றால், அவை முழுதுமொத்த செவ்வகங்களாகும்.

வாதம்: இரு செவ்வகங்களின் சுற்றளவுகள் மற்றும் பரப்பளவுகள் சமமாக இருந்ததென்றால், அவை முழுதுமொத்த செவ்வகங்களாகும்.

நிரூபணம்

செவ்வகங்கள் 1 மற்றும் 2 ஒரே பரப்பளவு மற்றும் ஒரே சுற்றளவைக் கொண்டுள்ளது என்று எடுத்துகொள்ளலாம்.

முதல் செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே l_1 , b_1 என்றும் இரண்டாம் செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே l_2 , b_2 என்றும் எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

இரண்டு செவ்வகங்களின் பரப்பளவு சமமாக இருக்கும் போது,

$$l_1 \times b_1 = l_2 \times b_2 \text{ .... (I)}$$

மற்றும், $2(l_1 + b_1) = 2(l_2 + b_2)$

$$l_1 + b_1 = l_2 + b_2 \text{ .... (II)}$$

From (I) and (II) we have,

$l_1 = l_2 + b_2 - b_1$ ------------(III)

So substituting (III) in (I),

$(l_2 + b_2 - b_1) \times b_1 = l_2 \times b_2$

So, $l_2 b_1 + b_1 b_2 - b_1^2 = l_2 b_2$

$b_1 b_2 - b_1^2 = l_2 b_2 - l_2 b_1$

Therefore, $b_1 (b_2 - b_1) = l_2 (b_2 - b_1)$.

Hence, $(b_1 - l_2) \times (b_2 - b_1) = 0$.

So, either $b_2 = b_1$ or $l_2 = b_1$. If $b_2 = b_1$, then $l_2 = l_1$, from (I). If $l_2 = b_1$, then $l_1 = b_2$, from (I) above.

In either case, the two rectangles are congruent as there are corresponding sides that are equal and all the angles are equal.

Let the students explore the following questions, on a grid paper. You can also ask them to check for more such patterns.

Task 8: More with the grid: possibilities and impossibilities

Remember that all the vertices of all the figures that you draw should be grid points.

Use the grid paper, explore and find answers to the following:

1. If the length and the breadth of a rectangle are natural numbers, and its area is an odd number, what can you say about that rectangle's semi-perimeter (half of the perimeter)?

   ____

If the area is odd, it means that the length and the breadth are both odd. And hence their sum, which is the semi-perimeter, is even.

2. If the length and the breadth of a rectangle are natural numbers, and its semi-perimeter is an odd number, what can you say about the area of this rectangle?

   ____

8_enPages_for_TamilBook.indd 172 02/08/22 11:26 PM

(I) மற்றும் (II)- ல் இருந்து நமக்கு கிடைப்பது,

$l_1 = l_2 + b_2 - b_1$ ------------(III)

(III) -ஐ (I)- ல் இடவும்,

$(l_2 + b_2 - b_1) \times b_1 = l_2 \times b_2$

ஆதலால், $l_2 b_1 + b_1 b_2 - b_1^2 = l_2 b_2$

$b_1 b_2 - b_1^2 = l_2 b_2 - l_2 b_1$

ஆக, $b_1 (b_2 - b_1) = l_2 (b_2 - b_1)$.

இதனால், $(b_1 - l_2) \times (b_2 - b_1) = 0$

ஆதலால், இரண்டிலொன்று $b_2 = b_1$ அல்லது $l_2 = b_1$. (I)-ஐ வைத்துப் பார்க்கும்போது $b_2 = b_1$ என்றால், $l_2 = l_1$. அதேபோல, $l_2 = b_1$ என்றால், $l_1 = b_2$ என்று தெரிகிறது.

அனைத்துப் பக்கங்களும் அனைத்துக் கோணங்களும் சமமாக இருப்பதால், இரண்டு செவ்வகங்களும் முழுதுமொத்தவை ஆகும்.

பின்வரும் கேள்விகளை, கட்டத் தாளை பயன்படுத்தி ஆராய, மாணவர்களை அனுமதியுங்கள். இது போன்ற அமைப்புகள் வேறேதும் உள்ளதா என்றும் சோதிக்க கூறலாம்.

செயல் 8: புள்ளிக் கட்டங்களை வைத்து மேலும் கற்கலாம்: சாத்தியங்களும் சாத்தியமற்றவையும்

நீங்கள் வரைந்திடும் அனைத்து வடிவங்களின் முனைகளும் கட்டத்தின் புள்ளிகளோடு பொருந்தவேண்டும் என்பதை நினைவில் கொள்ளுங்கள்.

கட்டத் தாளைப் பயன்படுத்தி, பின்வரும் கேள்விகளுக்குப் பதில்களை ஆராயுங்கள்:

1. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் இயல் எண்களாக இருக்கும் பட்சத்தில், மற்றும் அதன் பரப்பளவு ஓர் ஒற்றை எண்ணாக இருந்தால், அச்செவ்வகத்தின் அரை-சுற்றளவைக் (சுற்றளவில் பாதி) குறித்து நீங்கள் என்ன சொல்லமுடியும்?

பரப்பளவு ஒற்றை எண்ணாக இருந்தால், நீளமும் அகலமும் ஒற்றை எண்களாக இருக்கவேண்டும். ஆதலால், அவற்றைக் கூட்டிப் பெறும் தொகையான அரை-சுற்றளவு இரட்டை எண்ணாக இருக்கும்.

2. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் இயல் எண்களாக இருக்கும் பட்சத்தில், மற்றும் அதன் அரை-பரப்பளவு ஓர் ஒற்றை எண்ணாக இருந்தால், அச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் குறித்து நீங்கள் என்ன சொல்லமுடியும்?

If the semi-perimeter is odd, it means that either the length is an odd number or the breadth is an odd number, and the other is even. And hence their product, which is the area, is even.

3. What are the different possible areas of triangles drawn on the grid? Are all the multiples of half achieved?

All the multiples of half can be achieved. For example, look at the triangles given in figure T7. If you continue this process then you can get any multiple of half.

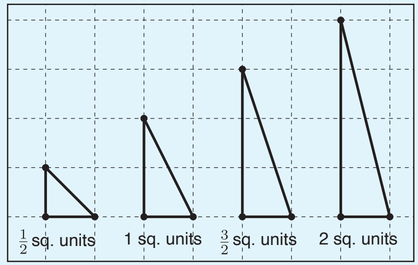


Figure T7

4. What are the possible areas of grid squares (squares with vertices on the grid)? (These may not have integer sides!)

It will be obvious to the students, that for a perfect square number one can always draw a square whose area is equal to that perfect square (side is equal to the square root). Ask the students if there are any other possibilities. You might have to give them hints to start looking at other possibilities. For example,

I: Consider a right-angled triangle of sides a units and b units (see figure T8), then the length of the hypotenuse is $\sqrt{(a^2+b^2)}$ units.

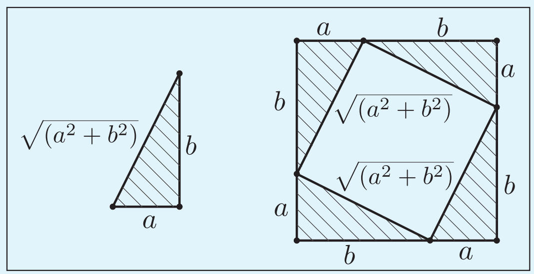
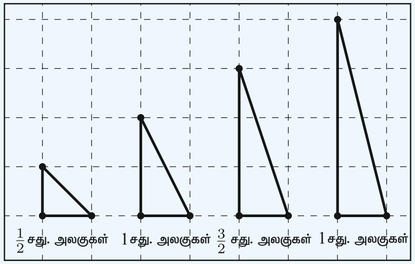


Figure T8

அரை-பரப்பளவு ஒற்றை எண்ணாக இருந்தால், நீளம் அல்லது அகலத்தில் எதாவது ஒன்று ஒற்றை எண்ணாகவும் மற்றொன்று இரட்டை எண்ணாகவும் இருக்க வேண்டும். ஆதலால், இவ்வெண்களைப் பெருக்கி வரும் பரப்பளவு இரட்டை எண்ணாக இருக்கும்.

3. புள்ளிக் கட்டத்தில் வரையப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களுக்கு சாத்தியமான பரப்பளவுகள் என்னென்ன? அரையின் மடங்குகள் அனைத்தையும் பெறமுடிந்ததா?

அரையின் அனைத்து மடங்குகளையும் பெற முடியும். எடுத்துக்காட்டாக, படம் T7-ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களைப் பாருங்கள். அதிலுள்ள வழிமுறையைப் பின்பற்றினால் அரையின் எந்த மடங்கையும் பெற்றுவிடலாம்.

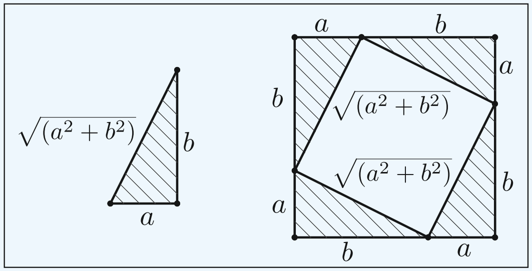


படம் T7

4. கட்டத்திலுள்ள சதுரங்களுக்கு (அவற்றின் முனைகள் கட்டப் புள்ளிகளோடு பொருந்த வேண்டும்) சாத்தியமான பரப்பளவுகள் என்னென்ன? (இவற்றின் பக்கங்கள் முழுஎண்களாக இல்லாமலும் இருக்கலாம்)

ஒரு முழு வர்க்க எண்ணைப் பெறுவதற்கு, அவ்வெண்ணைப் பரப்பளவாகக் கொண்ட ஒரு சதுரத்தை (வர்க்கமூலமும் பக்கமும் சமமாக இருக்கும்) வரைந்திடலாம் என்பதை மாணவர்கள் அறிந்திருப்பார்கள். வேறேதும் வழிகள் உள்ளதா என்று மாணவர்களைக் கேளுங்கள். அவர்களுக்குச் சில துப்புகளை அளித்திடுங்கள். எடுத்துக்காட்டாக,

a மற்றும் b அலகுகளைப் பக்கங்களாக கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை எடுத்துக்கொள்வோம் (படம் T8-ஐ பாருங்கள்). மேலும், அதன் செம்பக்கத்தின் நீளம் $\sqrt{(a^2+b^2)}$ அலகுகளாகும்.



படம் T8

If you draw a square of side $a + b$ units in such a way then, the side of the inscribed square is $\sqrt{a^2 + b^2}$ units.
So, the area of the inscribed square is $a^2 + b^2$ sq. units.
More importantly, the side of any grid square can be written as a square root of the sum of two squares, for example $\sqrt{a^2 + b^2}$.

II. Also given any tilted square like the one in figure T9 (a), it can be seen that the side of that square is of the form, $\sqrt{a^2 + b^2}$ units (see figure T9 (b)).
Here it is clear, that the length of the side of the given square is equal to $\sqrt{a^2 + b^2}$.
From (I) and (II), it is clear that, for any number which can be written as the sum of two squares, one can draw a square whose area would be that number.

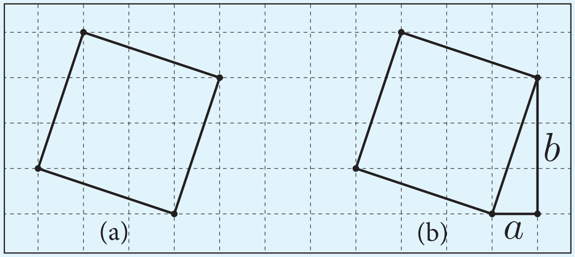


Figure T9

5. What are the possible areas of tilted rectangles (rectangles with vertices on the grid)?
(Hint: Look at tilted squares first).

8_enPages_for_TamilBook.indd 174 02/08/22 11:26 PM

$a+b$ அலகுகளை பக்கமாக கொண்ட ஒரு சதுரத்தை வரைந்தீர்களென்றால், உட்சதுரத்தின் பக்கம் $\sqrt{a^2+b^2}$ அலகுகளாகும்.

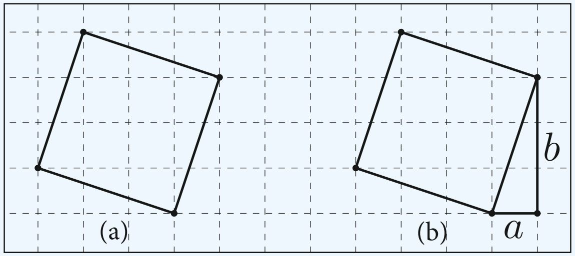
ஆக, உட்சதுரத்தின் பரப்பளவு a^2+b^2 சதுர அலகுகளாகும்.

வர்க்க எண்களைக் கூட்டி, அந்த கூட்டுத்தொகையின் வர்க்க மூலத்தை வைத்து கட்டத்தில் உள்ள எந்தச் சதுரத்தின் பக்கத்தையும் குறித்திடலாம். இதை நினைவில் வையுங்கள். எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt{a^2+b^2}$.

II. மேலும், படம் T9 (a)-ல் உள்ளதைப் போன்ற சாய்வு சதுரத்தை எடுத்துக்கொண்டோமானால், அதன் பக்கம் $\sqrt{a^2+b^2}$ என்ற விதத்தில் இருக்கும் என்பது தெரிகிறது.

இதன் மூலம், ஒரு சதுரத்தின் பக்கம் $\sqrt{a^2+b^2}$ என்பது தெளிவாகிறது.

இரண்டு வர்க்க எண்களின் கூட்டல் தொகையாக பெறுவதாக எந்த ஓர் எண் இருக்குமோ, அந்த எண்ணை பரப்பளவாக கொண்ட ஒரு சதுரத்தை வரைந்திடலாம் என்பது (I) மற்றும் (II)- ல் இருந்து தெளிவாக தெரிகிறது.



படம் T9

5. சாய்வு செவ்வகங்களில் (அவற்றின் முனைகள் கட்டப் புள்ளிகளோடு பொருந்த வேண்டும்) சாத்தியமாகும் பரப்பளவுகள் என்னென்ன?

(குறிப்பு: சாய்வு சதுரங்களில் பின்பற்றிய முறையைப் பாருங்கள்).

_ _

_ _

Suggested readings

- An interesting exploration of area and perimeter of triangles:
  - De, P., Sircar, S., Titus, S. (2017). LFHC - Area, perimeter and congruency (APC). At Right Angles
  - (November 2017), Azim Premji Foundation. https://azimpremjiuniversity.edu.in/SitePages/resources-ara-november-2017-LFHC-area-perimeter-congruency.aspx
- A book which talks about Pedagogical Content Knowledge:
  - Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Chapter 4. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- A presentation on mathematical proofs and examples of proofs:
  - https://study.com/academy/lesson/mathematical-proof-definition-examples-quiz.html
- A short course on mathematical languages and language of proofs:
  - https://www.birmingham.ac.uk/Documents/college-eps/college/stem/Student-Summer-Education-Internships/Proof-and-Reasoning.pdf

References

- De, P., Sircar, S., & Titus, S. (2017) November. LFHC - Area, perimeter and congruency (APC). At Right Angles, 6 (3), 53-58. Azim Premji Foundation. Retrieved from https://azimpremjiuniversity.edu.in/SitePages/resources-ara-november-2017-LFHC-area-perimeter-congruency.aspx
- Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

8_enPages_for_TamilBook.indd 175 02/08/22 11:26 PM

மேல் வாசிப்பிற்கு

- முக்கோணங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு குறித்த சுவாரஸ்யமான ஆய்வு:
  - De, P., Sircar, S., Titus, S. (2017). LFHC - Area, perimeter and congruency (APC). At Right Angles
  - (November 2017), Azim Premji Foundation. https://azimpremjiuniversity.edu.in/SitePages/resources-ara-november-2017-LFHC-area-perimeter-congruency.aspx
- கல்வியியல் ஆய்வு அறிவு குறித்து எழுதப்பட்ட நூல்:
  - Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Chapter 4. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- கணித நிறுவல் மற்றும் நிறுவல்களின் எடுத்துக்காட்டுகளை விளக்கும் இணையப்பக்கம்:
  - https://study.com/academy/lesson/mathematical-proof-definition-examples-quiz.html
- கணித மொழி மற்றும் நிறுவல்களின் மொழி குறித்த ஒரு சிறு கற்றல் பிரிவு:
  - https://www.birmingham.ac.uk/Documents/college-eps/college/stem/Student-Summer-Education-Internships/Proof-and-Reasoning.pdf

நூல்கள்

- De, P., Sircar, S., & Titus, S. (2017) November. LFHC - Area, perimeter and congruency (APC). At Right Angles, 6 (3), 53-58. Azim Premji Foundation. Retrieved from https://azimpremjiuniversity.edu.in/SitePages/resources-ara-november-2017-LFHC-area-perimeter-congruency.aspx
- Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Title: Exploring a dot grid through rectangles
Main Authors: Aaloka Kanhere, K. Subramaniam
Reviewers: Amber Habib, Amol Dighe, H. C. Pradhan, Jonaki Ghosh, Sneha Titus
Creative Commons Licence: CC BY-SA 4.0 International

VIGYAN PRATIBHA
विज्ञान प्रतिभा

8_enPages_for_TamilBook.indd 176 02/08/22 11:26 PM

VIGYAN PRATIBHA
विज्ञान प्रतिभा

Title: Exploring a dot grid through rectangles
Main Authors: Aaloka Kanhere, K. Subramaniam
Reviewers: Amber Habib, Amol Dighe, H. C. Pradhan, Jonaki Ghosh, Sneha Titus
Translators: Manikandan Sambasivam, Uthra Dorairajan
Creative Commons Licence: CC BY-SA 4.0 International