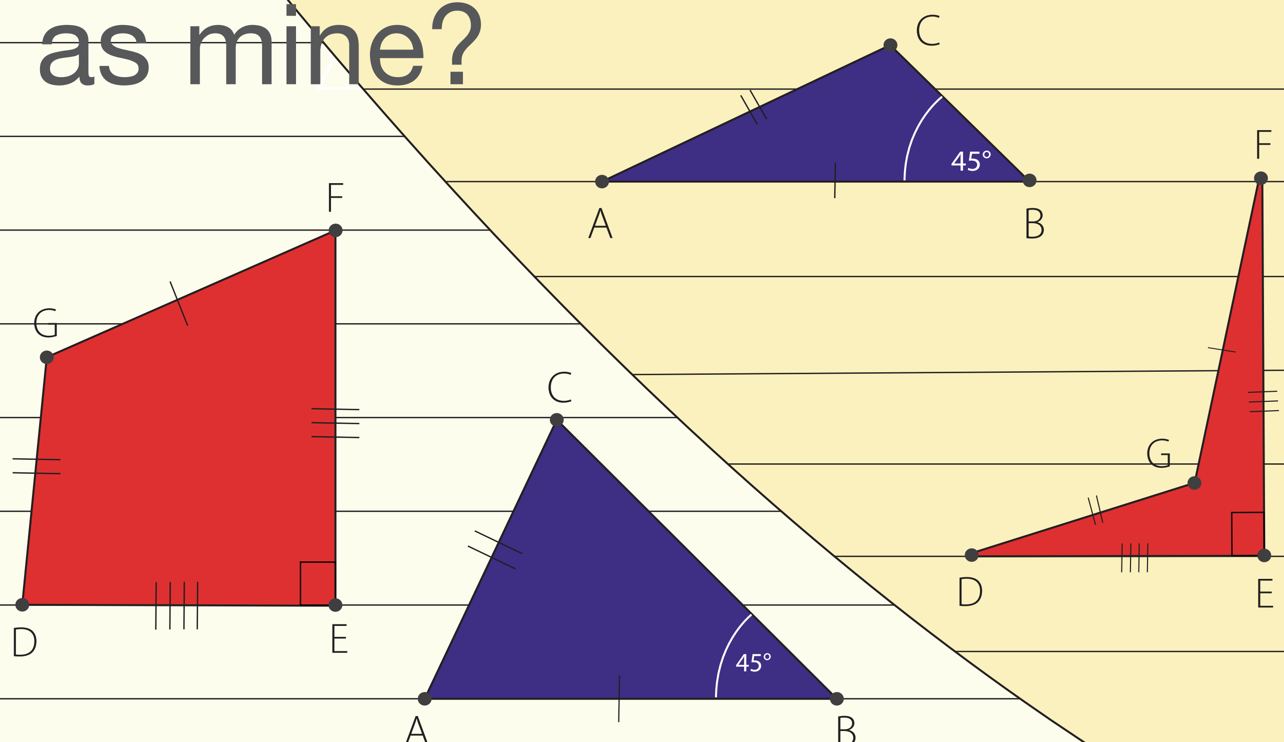
8.14

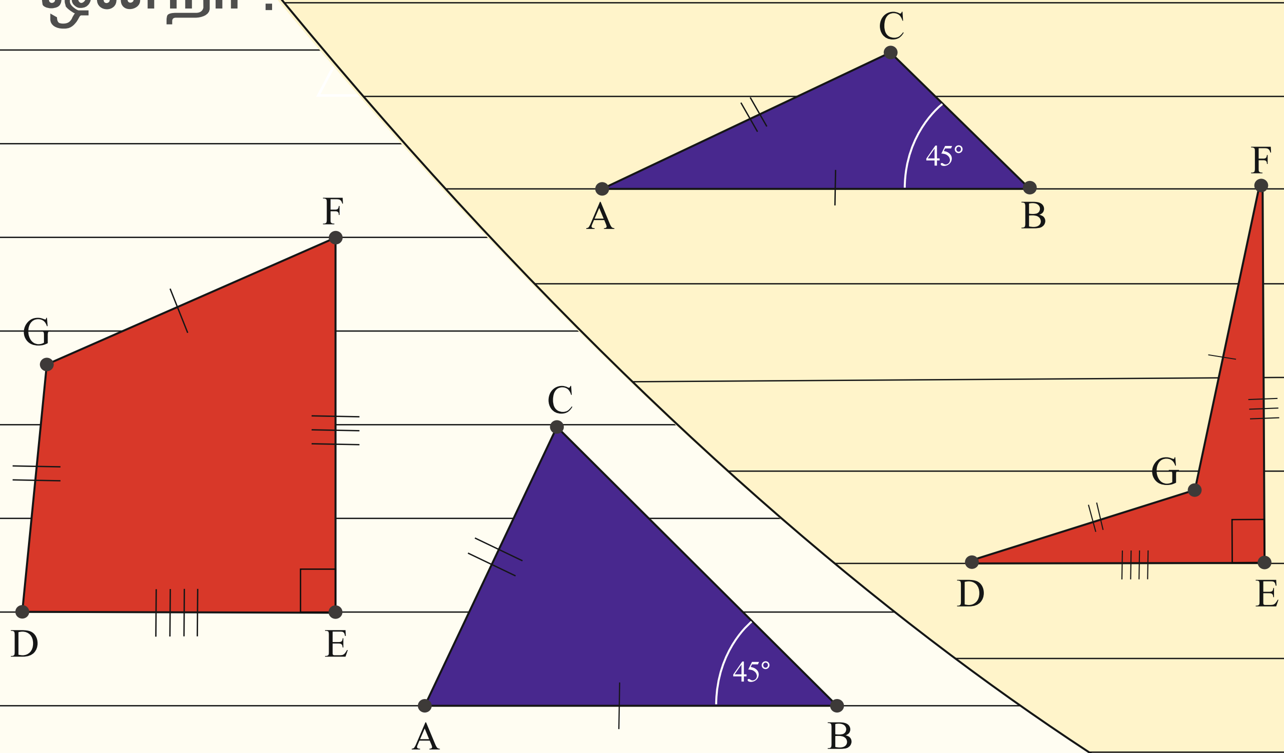
Is your polygon the same as mine?



8_enPages_for_TamilBook.indd 239 02/08/22 11:27 PM

8.14

என்னுடைய பலகோணமும் உன்னுடையதும் ஒன்றா?



8.14. Is your polygon the same as mine?

Overview

In this Learning Unit, students will explore the minimum conditions needed to construct a unique triangle or a quadrilateral, and other polygons. The objective of this Learning Unit is for the students to realise for themselves that the conditions which enable drawing a unique polygon are the same as the conditions of congruency that they have studied.

Minimum time required

Triangle activity (Tasks 1 to 5)– Two sessions of 40 minutes each

Quadrilateral activity (Task 6)– Two sessions of 40 minutes each

Extension to other polygons (Tasks 7 to 9)– One session of 40 minutes

Type of Learning Unit

Classroom

Introduction

Have you ever wondered how you would describe a triangle that is in your mind to somebody over the phone? What do you really say? Do you mention the sides or the angles? And would that person get the exact same figure that you had in mind? Moreover, how can you do this by giving minimum information? Today we will try to answer these questions by investigating some examples, making observations, and verifying or refuting these observations.

Unit-specific objectives

- To establish a connection between congruence and the construction of unique triangles
- To find the number of conditions necessary to ensure congruence of triangles, quadrilaterals, and other polygons

8_enPages_for_TamilBook.indd 240 02/08/22 11:27 PM

8.14 என்னுடைய பலகோணமும் உன்னுடையதும் ஒன்றா?

சுருக்கம்

இந்தக் கற்றல் பிரிவில், ஒரு தனித்துவமான முக்கோணம் அல்லது நாற்கரம், மற்றும் இதர பலகோணங்களை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகளை மாணவர்கள் ஆராய்வார்கள். ஒரு தனித்துவமான பலகோணத்தை சாத்தியப்படுத்தும் மதிப்புகளும், மாணவர்கள் கற்றுள்ள முற்றொப்பு தன்மைக்கான (congruency) நிபந்தனைகளும் ஒன்றுதான் என்பதை மாணவர்களாகவே உணர்ந்துகொள்வதுதான் இந்தப் பிரிவின் நோக்கமாகும்.

குறைந்தபட்ச நேரம்

முக்கோணம் வரைதல் (செயல்கள் 1 முதல் 5) - 40 நிமிடங்களைக் கொண்ட இரண்டு அமர்வுகள்

நாற்கரம் வரைதல் (செயல் 6) - 40 நிமிடங்களைக் கொண்ட இரண்டு அமர்வுகள்

இதர பலகோணங்களுக்கு நீட்டிப்பது (செயல்கள் 7 முதல் 9) - 40 நிமிடங்களைக் கொண்ட ஓர் அமர்வு

கற்றல் பிரிவின் வகை:

வகுப்பறை

அறிமுகம்

நீங்கள் மனதில் நினைத்த ஒரு முக்கோணத்தை தொலைபேசிமூலம் ஒருவரிடம் எவ்வாறு விவரிப்பீர்கள் என்பதை நினைத்துப் பார்த்திருக்கிறீர்களா? எதைப் பற்றிக் கூறுவீர்கள் - பக்கங்களையா அல்லது கோணங்களையா? உங்கள் மனதில் நினைத்த அதே உருவத்தை அந்த நபர் கற்பனைச் செய்வாரா? மேலும், குறைந்தபட்சத் தகவலை பரிமாறி இதை எவ்வாறு செய்ய முடியும்? இன்று, இந்தக் கேள்விகளுக்கு விடைக்காண முயற்சிக்கலாம். சில எடுத்துக்காட்டுகளை ஆராய்ந்து, உற்றுநோக்கி, மற்றும் கவனித்தவற்றை நிராகரித்து அல்லது நிரூபித்து இதைச் செய்யலாம்.

பாடப்பிரிவு சார்ந்த இலக்குகள்

- தனித்துவமான முக்கோணங்களை வரைவதற்கும் முற்றொப்பு தன்மைக்கும் இடையே ஒரு தொடர்பை நிறுவுதல்.
- முக்கோணங்கள், நாற்கோணங்கள் (நாற்கரங்கள்) மற்றும் இதர பலகோணங்களின் முற்றொப்பை உறுதிபடுத்த தேவைப்படும் மதிப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடித்தல்.

- To understand why certain sets of conditions are not criteria for congruence

Links to curriculum

- Congruence of Triangles (NCERT Mathematics Textbook Class 7)
- Practical Geometry (NCERT Mathematics Textbook Class 8)

Prerequisites

Students should be familiar with:

- Use of geometric tools like scale and compass
- Basic construction of triangles and quadrilaterals

Task 1: Drawing your triangle

Q1. Draw a triangle of your choice on the given blank sheet of paper. Measure the sides and the angles of the triangle, and label the vertices of the triangle.

Before the students begin working on this activity, make sure they are sitting in pairs.

Each task requires discussing with another student, and in this unit, we often refer to these students in pairs as partners. Make sure they all have required materials or at least that every pair has one set of scale and compass.

This activity will give you a chance to see whether students can draw triangles, measure sides and angles, and also, whether they know how to

Materials

Blank sheets, pencils, erasers, Geometry boxes (Geometry compass, set-squares, protractor, and scale), scissors.

8_enPages_for_TamilBook.indd 241 02/08/22 11:27 PM

- குறிப்பிட்ட மதிப்பு தொகுப்புகள் ஏன் முற்றொப்புக்கான விதிமுறைகளாக இருக்காது என்பதை புரிந்துகொள்ளுதல்.

பாடத்திட்டத்துடன் உள்ள தொடர்புகள்

- Congruence of Triangles (NCERT 7-ம் வகுப்பு கணித புத்தகம்)
- Practical Geometry (NCERT 8-ம் வகுப்பு கணித புத்தகம்)

முன்னரே தெரிந்திருக்க வேண்டியவை

பின்வருவனவற்றில் மாணவர்கள் பரிச்சயம் பெற்றிருக்க வேண்டும்:

- அளவுகோல் மற்றும் கவராயம் (compass) போன்ற வடிவியல் கருவிகளை பயன்படுத்துதல்.
- முக்கோணங்கள் மற்றும் நாற்கரங்கள் வரைவதின் அடிப்படை புரிதல்.

செயல் 1: உங்களின் முக்கோணத்தை வரைதல்

கே.1. கொடுக்கப்பட்ட வெற்றுத்தாளில் நீங்கள் விருப்பப்பட்ட ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களை அளவிட்டு, அதன் மூலைகளுக்கு பெயரிடுங்கள்.

இந்தச் செயல்பாட்டை மாணவர்கள் தொடங்கும் முன்பு, அவர்கள் சோடிகளாக அமர்ந்திருப்பதை உறுதிசெய்யுங்கள்.

ஒவ்வொரு செயலிலும், இன்னொரு மாணவருடன் கலந்துரையாடுவது அவசியமாகும். இந்தக் கற்றல் பிரிவில், சேர்ந்து ஆலோசிக்கும் இந்த மாணவர்களை கூட்டாளிகள் என்று அடிக்கடி குறிப்பிடுவோம். அவர்கள் அனைவரும் தேவையான பொருட்களை வைத்துள்ளார்கள் என்பதை உறுதிசெய்யுங்கள், அல்லது ஒவ்வொரு சோடியிடமும் குறைந்தபட்சம் அளவுகோல் ஒன்றும் கவராயம் ஒன்றும் இருக்க வேண்டும்.

முக்கோணங்களை வரைந்து, அதன் பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களை எவ்வாறு அளவிடுவது, மற்றும் ஒரு முக்கோணத்துக்கு எவ்வாறு பெயரிட வேண்டும்

பொருட்கள்

வெற்றுத்தாள்கள், பென்சில்கள், ரப்பர்கள் (அழிப்பான்கள்), கவராய பெட்டி (கவராயம், மூலை மட்டங்கள், கோண அளவி, மற்றும் அளவுகோல்), கத்திரிக்கோல்.

label a triangle. See figure T1 for an example of a student writing the angle of a triangle adjacent to a side instead of a vertex when we conducted this activity with Class 8 students.

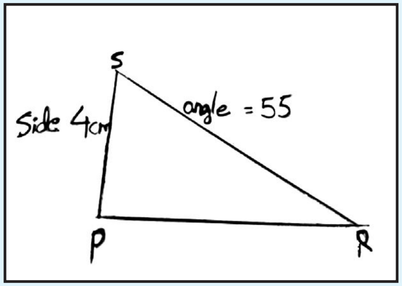


Figure T1: *A student's way of labelling a triangle*

Q2. Now see the triangles drawn by your friends. Do you see anything interesting? What is it?

_ _

Keep the paper on which you drew your triangle safely aside; we will be coming back to this triangle later in the activity.

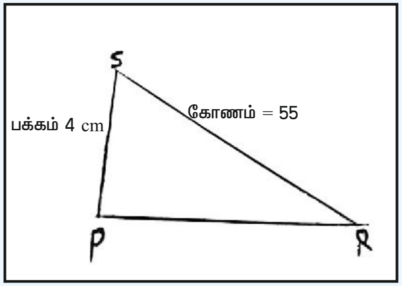
Task 2a: Constructing a triangle when only one side is given

Draw a triangle on the given paper, such that one of its sides is 6 cm. Label the vertices of your triangle.

Students might ask a question, whether all the sides of the triangle are 6 cm, and a productive answer to this question is to say "No". For the purpose of our activity, it is best not to get equilateral triangles. You can respond to them as, "One of the sides of the triangle is 6 cm, and not all". Despite this, a student might draw an equilateral triangle, and we discuss later, how to handle such a situation.

8_enPages_for_TamilBook.indd 242 02/08/22 11:27 PM

என்பதும் மாணவர்களுக்குத் தெரிந்திருக்கிறதா என்பதைக் கண்டுபிடிக்க இந்தச் செயல்பாடு ஒரு வாய்ப்பளிக்கும். படம் T1-ஐ பாருங்கள். நாங்கள் இந்தச் செயல்பாட்டை 8-ம் வகுப்பு மாணவர்களுக்கு நடத்தியபோது, ஒரு மாணவர் முக்கோணத்தின் கோணத்தை மூலைக்கு அருகே குறிக்காமல் அதன் பக்கத்துக்கு அருகே குறித்திருந்தார்.



படம் T1 *ஒரு முக்கோணத்தை குறிக்க மாணவர்கள் பயன்படுத்தும் வழிமுறை*

கே.2. உங்கள் நண்பர்கள் வரைந்துள்ள முக்கோணங்களை பாருங்கள். சுவராஸ்யமான ஏதாவது கண்ணில்பட்டதா? அது என்ன?

_ _

முக்கோணம் வரைந்த தாளை நீங்கள் பத்திரமாக தனியே எடுத்து வையுங்கள். செயல்பாட்டின் பின்னொரு கட்டத்தில் இந்த முக்கோணத்தை மீண்டும் பார்க்கவிருக்கிறோம்.

செயல் 2a: ஒரே ஒரு பக்கமே கொடுக்கபட்டுள்ளபோது முக்கோணம் ஒன்றை வரைதல்

கொடுக்கப்பட்ட தாளில், ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். இதன் ஒரு பக்கம் 6 செ.மீஆக இருக்க வேண்டும். உங்களின் முக்கோணத்தின் மூலைகளுக்கு பெயரிடுங்கள்.

அனைத்து பக்கங்களும் 6 செ.மீ தானா என்ற கேள்வியை மாணவர்கள் கேட்கலாம். "இல்லை" என்பதுதான் இதற்கு ஆக்கப்பூர்வமான பதிலாக இருக்கும். நம்முடைய செயல்பாட்டின் நோக்கத்துக்கு, சமபக்க முக்கோணங்கள் இல்லாமல் இருந்தால் வசதியாக இருக்கும். "முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கம் மட்டுமே 6 செ.மீ, அனைத்துமல்ல" என்று மாணவர்களிடம் பதிலளிக்கலாம். இதைத் தாண்டியும் ஒரு மாணவர் சமபக்க முக்கோணத்தை வரையலாம். அவ்வாறான ஒரு சூழலை எப்படி கையாள வேண்டும் என்பது குறித்து பின்னர் கலந்துரையாடலாம்.

Now study the triangle drawn by your partner.

Q1. Is your triangle the same as your partner's?

____

Q2. How did you compare these two triangles?

____

Q3. You and your partner, both were told that one side of the triangle is 6 cm. Did you both get exactly the same triangles? Why?

____

Make sure that you collect some oral responses here. The students can give various criteria that they used to compare the triangles, such as lengths of sides or measure of the angles. When you move around, check if there are pairs of students whose triangles are obviously different. Ask these students whether for such cases they need to measure the sides or angles or they can decide using some other ways.

In some cases, the two triangles being compared may look obviously different. In some other cases, one may need to check by measuring the sides and/or the angles. Another way to compare is to superimpose the two triangles, by cutting them out, or by holding the sheets of paper against a bright light. Teachers may use the opportunity to point out that when the triangles are the same (i.e., have corresponding sides and angles of the same measure or overlap exactly), then we say that the triangles are congruent.

Task 2b: Constructing a triangle when only one angle is given

Draw a triangle on the given paper where one of the angles measures 55°. Name your triangle.

Students might want to know the measures of the other angles. Reiterate that only one angle has been specified. Use this opportunity to revise the properties of triangles, and how, given two angles, one can always find the third angle.

8_enPages_for_TamilBook.indd 243 02/08/22 11:27 PM

இப்போது உங்களின் கூட்டாளி வரைந்துள்ள முக்கோணத்தை ஆய்வு செய்யுங்கள்.

கே.1. உங்களின் முக்கோணமும் கூட்டாளியின் முக்கோணமும் ஒன்றுபோல் உள்ளதா?

____

கே.2. இந்த இரண்டு முக்கோணங்களை எவ்வாறு ஒப்பிட்டீர்கள்?

____

கே.3. முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கம் 6 செ.மீ என்று உங்களிடமும் உங்களின் கூட்டாளியிடமும் கூறப்பட்டிருந்தது. நீங்கள் இருவரும் பெற்ற முக்கோணங்கள் மிகச்சரியாக ஒத்தார்போல் இருந்தனவா? ஏன்?

____

இங்கு வாய்மொழி பதில்கள் பெறப்படுவதை உறுதிசெய்யுங்கள். முக்கோணங்களை ஒப்பிட பயன்படுத்தியதாக பல்வேறு விதிமுறைகளை மாணவர்கள் கூறலாம், பக்கங்களின் நீளங்கள் அல்லது கோணங்களின் அளவு போன்றவை இதில் உள்ளடக்கம். வகுப்பறையைச் சுற்றிவரும்போது, தெளிவாக வேறுபட்டிருக்கும் முக்கோணங்களை பெற்ற மாணவர் சோடிகள் இருக்கிறார்களா என்று பாருங்கள். இதுபோன்ற சூழலில், பக்கங்கள் அல்லது கோணங்களை அளவிட வேண்டுமா அல்லது வேறேதும் சில வழிமுறைகளைப் பயன்படுத்த முடிவெடுக்கலாமா என்று மாணவர்களிடம் கேளுங்கள்.

சில சூழல்களில், ஒப்பிடப்படும் இரண்டு முக்கோணங்கள் வெவ்வேறு என்று தெளிவாக தெரிந்துவிடும். மேலும் சில சூழல்களில், அவற்றின் பக்கங்கள் மற்றும்/அல்லது கோணங்களை அளவிட்டு சரிபார்க்க வேண்டியிருக்கும். இரண்டு முக்கோணங்களை ஒன்றின் மேல் ஒன்று வைப்பது ஒப்பிட்டு பார்க்க பயன்படுத்தும் மற்றுமொரு உத்தியாகும். இதற்கு, முக்கோணங்களை தனியே வெட்டி எடுத்துக் கொள்ளலாம், அல்லது தாள்களின் மேல் வெளிச்சம் படும்படியாக தூக்கிப்பிடித்து பார்க்கலாம். ஆசிரியர்கள் இந்த வாய்ப்பைப் பயன்படுத்தி, முக்கோணங்கள் ஒன்றுபோல் (அதாவது, முறையான பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்கள் ஒரே அளவைக் கொண்டுள்ளது, அல்லது ஒன்றின்மேல் ஒன்று சரியாக பொருந்துகின்றன) இருந்தனவென்றால் அவற்றை முற்றுமொற்றவை என்று அழைப்போம் என்பதைச் சுட்டிக்காட்டலாம்.

செயல் 2b: ஒரே ஒரு கோணம் மட்டுமே கொடுக்கபட்டுள்ளபோது முக்கோணம் ஒன்றை வரைதல்

கொடுக்கப்பட்ட தாளில் ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். அதனுடைய ஒரு கோணம் 55° ஆக இருக்க வேண்டும். உங்களுடைய முக்கோணத்துக்கு பெயரிடுங்கள்.

பிற கோணங்களின் அளவுகளை மாணவர்கள் தெரிந்து கொள்ள விரும்பலாம். ஒரே ஒரு கோணம் மட்டும்தான் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை தெளிவுபடுத்துங்கள். இந்த வாய்ப்பைப் பயன்படுத்தி, முக்கோணங்களின் பண்புகளையும் இரண்டு கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் எவ்வாறு மூன்றாவது கோணத்தை எப்போதுமே கண்டுபிடித்து விடலாம் என்பதையும் அவர்களுக்கு மீண்டும் சொல்லிக்கொடுங்கள்.

Now study the triangle drawn by your partner.

Q1. Is your triangle the same as your partner's?

_ _

Q2. How did you compare these two triangles?

_ _

Q3. You and your partner, both were given one angle of 55°. Did you both get exactly the same triangles? Why?

_ _

Task 3: Constructing a triangle when two measures are given

Give Group A the measure of two sides, Group B the measure of one side and one angle, and Group C the measure of two angles.

Make three groups among yourselves. If possible, form your group with your classmates who are sitting close to you. Let us call these groups A, B and C.

Group A: Draw a triangle whose sides are 7 cm and 5 cm. Label the vertices of your triangle.

Group B: Draw a triangle whose one side is 6 cm and one angle is 55°. Label the vertices of your triangle.

Group C: Draw a triangle whose two angles are 50° and 75°. Label the vertices of your triangle

Now study the triangle drawn by your partner.

Q1. Is your triangle the same as your partner's?

_ _

Q2. How did you compare these two triangles?

_ _

Groups A, B and C:

8_enPages_for_TamilBook.indd 244 02/08/22 11:27 PM

இப்போது உங்களின் கூட்டாளி வரைந்துள்ள முக்கோணத்தை ஆராயுங்கள்.

கே.1. உங்களின் முக்கோணமும் கூட்டாளியின் முக்கோணமும் ஒன்றுபோல் உள்ளதா?

கே.2. இந்த இரு முக்கோணங்களை எவ்வாறெல்லாம் ஒப்பிட்டீர்கள்?

கே.3. முக்கோணத்தின் ஒருகோணம் 55° என்று உங்களிடமும் உங்களின் கூட்டாளியிடமும் கூறப்பட்டிருந்தது. நீங்கள் இருவரும் பெற்ற முக்கோணங்கள் மிகச்சரியாக ஒத்தார்போல் இருந்தனவா? ஏன்?

செயல் 3: இரண்டு அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ள போது ஒரு முக்கோணத்தை வரைதல்

குழு A-விற்கு இரண்டு பக்கங்களின் அளவுகளையும், குழு B-விற்கு ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு கோணத்தின் அளவுகளையும், குழு C-விற்கு இரண்டு கோணங்களையும் அளித்திடுங்கள்.

உங்களுக்குள் மூன்று குழுக்களை உருவாக்குங்கள். முடிந்தால், அருகில் அமர்ந்திருக்கும் கூட்டாளிகளுடன் குழுவை உருவாக்குங்கள். இந்தக் குழுக்களை A, B, மற்றும் C என அழைத்திடலாம்.

குழு A: 7 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ அளவிலான பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். உங்களின் முக்கோணத்தின் மூலைகளுக்கு பெயரிடுங்கள்.

குழு B: பக்கம் 6 செ.மீ மற்றும் கோணம் 55°ஐ கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். உங்களின் முக்கோணத்தின் மூலைகளுக்கு பெயரிடுங்கள்.

குழு C: 50° மற்றும் 75° கோணங்களைக் கொண்டுள்ள ஒரு முக்கோணத்தை வரையுங்கள். உங்களின் முக்கோணத்தின் மூலைகளுக்கு பெயரிடுங்கள்.

இப்போது, உங்களின் கூட்டாளி வரைந்துள்ள முக்கோணத்தை ஆராயுங்கள்.

கே.1. உங்களின் முக்கோணமும் கூட்டாளியின் முக்கோணமும் ஒன்றுபோல் உள்ளதா?

கே.2. இந்த இரு முக்கோணங்களை எவ்வாறெல்லாம் ஒப்பிட்டீர்கள்?

குழுக்கள் A, B மற்றும் C:

Q3. Did each of you get exactly the same triangles as the members in your group ? Why?

_ _

Students most probably will verify whether the two triangles are the same or not by measuring the sides and angles of their triangles, as mentioned earlier. The teacher can also suggest superimposing (cutting the two triangles and placing on each other to see whether they overlap each other exactly) to see whether the triangles obtained are congruent to each other.

Task 4: Constructing a triangle when three measures are given

The class is already divided into 3 groups. Now divide each group into 2 sub-groups. A1 & A2, B1 & B2 and C1 & C2. Make sure that any two students sitting beside each other are part of the same group.

Group A1: Draw a triangle XYZ such that XY = 4 cm, YZ = 6 cm, and XZ = 7 cm.

Group A2: Draw a triangle ABC such that, AB = 5 cm, BC = 6 cm, and ∠ACB = 45°.

Group B1: Draw a triangle IJK such that ∠IJK = 40°, ∠JKI = 65°, and ∠IKJ = 75°.

Group B2: Draw a triangle STU such that ∠UST = 50°, ST = 3 cm, and ∠STU = 65°.

Group C1: Draw a triangle EFG such that EF = 7 cm, FG = 9 cm, and ∠GEF = 90°.

Group C2: Draw a triangle PQR such that PQ = 5 cm, ∠PQR = 50°, and QR = 4 cm.

Ask the groups to construct triangles as given in the instructions. Before they start, ask them to predict in which sub-groups the triangles drawn would be identical to one another, and in which sub-groups the triangles would be different from one another. Remember, students in group A2 should get different triangles (because this corresponds to the SSA condition, which is not a condition for congruence) and so should students in group B1 (which has the AAA condition). You might have to have a common discussion if everybody's triangles in these groups are the same to encourage the students to discover that the triangles need not be congruent even if they fulfil the conditions. The A2 group's condition (SSA) is especially interesting because there are only two possible triangles that fulfil this condition

8_enPages_for_TamilBook.indd 245 02/08/22 11:27 PM

கே.3. உங்கள் குழுவிலுள்ள உறுப்பினர்கள் ஒவ்வொருவரின் முக்கோணங்களும் மிகச்சரியாக ஒத்தார்போல் இருந்தனவா? ஏன்?

_ _

ஏற்கனவே குறிப்பிடப்பட்டதுபோல், இரண்டு முக்கோணங்கள் ஒத்தார்போல் உள்ளனவா என்பதைச் சரிபார்க்க மாணவர்கள் பெரும்பாலும் அவர்களின் முக்கோணங்களின் பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களை அளவிடுவார்கள். கிடைத்த முக்கோணங்கள் முற்றுமொற்றவையா என்பதைப் பார்க்க அவற்றை ஒன்றின்மேல் ஒன்று பொருத்திப் பார்ப்பதையும் (மிகச்சரியாக ஒன்றின்மேல் ஒன்று பொருந்துகிறதா என்பதை பார்க்க இரண்டு முக்கோணங்களை வெட்டியெடுத்து அவற்றை ஒன்றின்மேல் ஒன்றாக வைக்கலாம்) ஆசிரியர் பரிந்துரைக்கலாம்.

செயல் 4: மூன்று அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளபோது ஒரு முக்கோணத்தை வரைதல்

மூன்று குழுக்களாக வகுப்பு ஏற்கனவே பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. இப்போது ஒவ்வோரு குழுவையும் மேலும் இரண்டு துணைக்குழுக்களாக பிரியுங்கள். A1 & A2, B1 & B2 மற்றும் C1 & C2. அருகருகே அமர்ந்திருக்கும் இரண்டு மாணவர்கள், ஒரே குழுவில்தான் இருக்கிறார்களா என்பதை உறுதிசெய்யுங்கள்.

குழு A1: $XY = 4$ செ.மீ, $YZ = 6$ செ.மீ, மற்றும் $XZ = 7$ செ.மீ என்ற அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் XYZ-ஐ வரையுங்கள்.

குழு A2: $AB = 5$ செ.மீ, $BC = 6$ செ.மீ, மற்றும் $\angle ACB = 45^{\circ}$ என்ற அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் ABC-ஐ வரையுங்கள்.

குழு B1: $\angle IJK = 40^{\circ}$, $\angle JKI = 65^{\circ}$, மற்றும் $\angle IKJ = 75^{\circ}$ என்ற அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் IJK-ஐ வரையுங்கள்.

குழு B2: $\angle UST = 50^{\circ}$, $ST = 3$ செ.மீ, மற்றும் $\angle STU = 65^{\circ}$ என்ற அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் STU-ஐ வரையுங்கள்.

குழு C1: $EF = 7$ செ.மீ, $FG = 9$ செ.மீ, மற்றும் $\angle GEF = 90^{\circ}$ என்ற அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் EFG-ஐ வரையுங்கள்.

குழு C2: $PQ = 5$ செ.மீ, $\angle PQR = 50^{\circ}$, மற்றும் $QR = 4$ செ.மீ என்ற அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் PQR-ஐ வரையுங்கள்.

கொடுக்கப்பட்ட நெறிமுறைகளை பின்பற்றி முக்கோணங்களை வரையும்படி குழுக்களிடம் கூறுங்கள். தொடங்கும் முன்னர், எந்தத் துணைக் குழுக்களில் முக்கோணங்கள் ஒன்றிலிருந்து ஒன்று வேறுபட்டும், எந்தத் துணைக் குழுக்களில் முக்கோணங்கள் ஒன்றுபோல் இருக்கும் என்பதை ஊகிக்கும்படி மாணவர்களிடம் கேளுங்கள். A2 குழுவிலுள்ள மாணவர்கள் வெவ்வேறான முக்கோணங்களை (ஏனென்றால் இவை ப-ப-கோ நிபந்தனையைக் கொண்டுள்ளன. இது முற்றொப்புக்கான நிபந்தனைக் கிடையாது) பெறவேண்டும். இதுபோன்றுதான் B1 குழுவிலும் (கோ-கோ-கோ நிபந்தனையைக் கொண்டுள்ளது) வெவ்வேறாகதான் இருக்க வேண்டும். இதை நினைவில் கொள்ளுங்கள். இந்தக் குழுக்களிலுள்ள அனைவரின் முக்கோணங்களும் சமமாக உள்ளனவா என்பதைக் குறித்து ஒரு கலந்துரையாடலை நிகழ்த்த வேண்டியிருக்கலாம். இதன் மூலம், நிபந்தனைகளைப் பூர்த்தி செய்தாலும் முக்கோணங்கள் முற்றுமொற்றவையாக இருக்கவேண்டிய அவசியமேதுமில்லை

(see figure T2). The students in groups A2 and B1 will discover that the conditions given to them were non-congruence conditions. Following this, you may point out the similarity between the conditions in A2 and C1 (both are SSA). Ask the students if the condition given in C1 is a congruence condition. Ask them to explain why.

Now study the triangle drawn by your partner.

Q1. Is your triangle the same as your partner's?

____

____

Q2. How did you compare these two triangles?

____

____

Task 5: Minimum conditions for the construction of a unique triangle

Q1. If you want your friend/partner to construct exactly the same triangle like the one you drew in Task 1, what minimum information will you have to provide, such that she/he will also construct the exact same triangle?

____

____

____

Q2. In the previous question, is there a different set of information that could be provided to construct the exact same triangle? Try and mention all such different sets of information that would work.

____

8_enPages_for_TamilBook.indd 246 02/08/22 11:27 PM

என்பதைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு வழிகோலுங்கள். A2 குழுவுக்கான நிபந்தனை (ப-ப-கோ) சுவாரஸ்யமானது, ஏனென்றால் இரண்டு முக்கோணங்கள் மட்டுமே இதைப் (படம் T2ஐ பாருங்கள்) பூர்த்திச் செய்கின்றன. A2 மற்றும் B1 குழுக்களில் உள்ள மாணவர்களுக்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிபந்தனைகள் முற்றுமொற்றில்லாத நிபந்தனைகள் என்பதை அவர்கள் தெரிந்துகொள்வார்கள். இதைத் தொடர்ந்து, A2 மற்றும் C1-ற்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிபந்தனைகள் ஒன்றுபோல் இருப்பதை நீங்கள் சுட்டிக் காட்டலாம். C1-ற்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது முற்றுமொற்ற நிபந்தனையா என்று மாணவர்களிடம் கேளுங்கள். அவர்களின் பதிலை விவரிக்கும்படி கூறுங்கள்.

இப்போது, உங்களின் கூட்டாளி வரைந்துள்ள முக்கோணத்தை ஆராயுங்கள்.

கே.1. உங்களின் முக்கோணமும் கூட்டாளியின் முக்கோணமும் ஒத்தார்போல் உள்ளதா?

கே.2. இந்த இரு முக்கோணங்களை எவ்வாறெல்லாம் ஒப்பிட்டீர்கள்?

செயல் 5: ஒரு தனித்துவமான முக்கோனத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள்

கே.1. நீங்கள் செயல் 1-ல் வரைந்தது போன்று, மிகச்சரியாக அதே முக்கோணத்தை உங்கள் நண்பர்/கூட்டாளி வரையவேண்டும் என்றால் குறைந்தபட்சமாக என்னென்ன தகவல்களை நீங்கள் அவருக்கு அளிக்க வேண்டியிருக்கும்?

2. முந்தையக் கேள்வியில் பெற்ற முக்கோணத்தை மிகச்சரியாக அதே போன்று பெறுவதற்கு, வேறு தகவல் தொகுப்புகளை பயன்படுத்த முடியுமா? சரியாக அதே முக்கோணத்தை தரக்கூடிய இதுபோன்ற வேறுபட்ட தகவல் தொகுப்புகள் அனைத்தையும் குறிப்பிட முயிற்சி செய்யுங்கள்.

_ _

_ _

Allow students to make all kinds of possible conjectures. One common conjecture the students come up with is: give all three angles and all three sides. In response to this, you can remind them to come up with a minimum set of information. The six things they just mentioned is a lot of information. Again, giving three sides and two angles is the same as giving three sides and three angles (triangle's angle sum is 180°). So ensure that the information given is minimum as well as independent.

Give them sufficient time. Insist that they write down their conjectures, in any language they prefer, using diagrams, using text, or any other way that helps them to convey their thinking. After 10 to 12 minutes, collect their conjectures for further discussion.

Go through the students' conjectures, and look for possible patterns. Based on our experience, students came up with the following sets of information as leading to a unique triangle. Each may be thought of as a conjecture:

- Two sides and two angles
- All three sides (SSS)
- One side and two angles (ASA, AAS)
- Two sides one angle (SSA, SAS)
- All three angles (AAA)

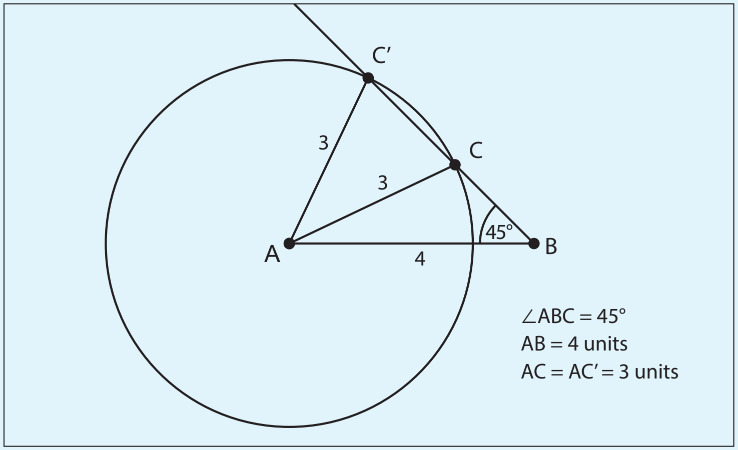


Figure T2 *Showing that SSA specification does not lead to a unique triangle*

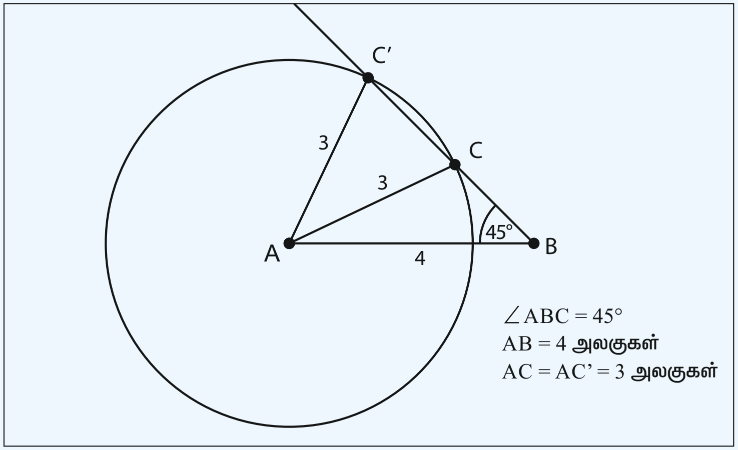
8_enPages_for_TamilBook.indd 247 02/08/22 11:27 PM

விதவிதமாக ஊகிக்க மாணவர்களை ஊக்கப்படுத்துங்கள். மூன்று கோணங்கள் மற்றும் மூன்று பக்கங்களையும் கொடுக்க வேண்டும் என்பது மாணவர்கள் கூறும் ஒரு பொதுவான ஊகமாகும். இப்போது, குறைந்தபட்ச தகவல் தொகுப்பை பற்றி அவர்களுக்கு நினைவுபடுத்துங்கள். அவர்கள் குறிப்பிட்டுள்ள ஆறு அளவுகள் அதிகப்படியான தகவல்களாகும். மேலும், மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு கோணங்களின் அளவை கொடுப்பதும், மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்களின் அளவுகளைக் கொடுப்பதும் ஒன்றுதான் (ஒரு முக்கோணத்தில் கோணங்களின் கூட்டல் 180° ஆகும்). ஆதலால், கொடுக்கப்பட்டுள்ள தகவல்கள் குறைந்தபட்சமானவை என்பதுடன் சார்பிலா தகவல்கள் என்பதையும் உறுதி செய்யுங்கள்.

போதுமான கால அவகாசத்தை அவர்களுக்கு அளித்திடுங்கள். அவர்களுடைய ஊகங்களை விருப்பப்பட்ட மொழியில் எழுதும்படி கூறுங்கள். அவர்களின் சிந்தனைகளை வெளிப்படுத்த வரையலாம், எழுதலாம், அல்லது வேறேதும் வழிமுறையையும் கூட பயன்படுத்தலாம். 10 முதல் 12 நிமிடங்களுக்கு பின்னர், மேலும் கலந்துரையாடும் பொருட்டு அவர்களின் ஊகங்களைச் சேகரியுங்கள்.

மாணவர்களின் ஊகங்கள், என்னென்ன விதமான பாங்கில் அமைந்துள்ளன என்பதை கவனியுங்கள். எங்களின் அனுபவங்களை வைத்துப் பார்க்கும்போது, பின்வரும் தகவல் தொகுப்புகள் ஒரு தனித்துவமான முக்கோணத்தை விளைவிக்கும் என முன்வைத்தனர். ஒவ்வொன்றும் ஓர் ஊகமாக கருதப்படலாம்:

- இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு கோணங்கள்
- மூன்று பக்கங்களும் (ப-ப-ப)
- ஒரு பக்கம் மற்றும் இரண்டு கோணங்கள் (கோ-ப-கோ, கோ-கோ-ப)
- இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம் (ப-ப-கோ, ப-கோ-ப)
- மூன்று கோணங்களும் (கோ-கோ-கோ)



படம் T2 *ப-ப-கோ என்ற நிபந்தனை தனித்துவமான முக்கோணத்தை கொடுக்காது என்பதைக் காட்டுதல்*

Conduct a discussion about which of these will not work. Students will soon figure out that the number of minimum conditions required is three; discuss to find out which three. For some conjectures such as SSA, you might have to be ready with examples. See one such example in figure T2. Similarly, you can have counter-examples for AAA.

Students will feel more convinced about SSS, and you can use this opportunity to ask them why they are so confident about it. Conclude this activity by talking about congruency tests that work, and elicit from students the reasons why those work.

Task 6: Constructing a quadrilateral

Q1a. Now that you all know how to make a congruent triangle, let us figure out how to make a congruent quadrilateral. So if the minimum conditions for making a congruent triangle are three, what should be enough for a quadrilateral?

_ _

_ _

If the students' answer to Q1a is "four", ask them why they think it is four, and which four. Ask them if they would get a unique quadrilateral, given information, for example, about all the four sides. Then give them Q1b. At first, many students may draw squares, but when prompted to get different quadrilaterals, they will get multiple rhombuses.

Q1b. Now, given that all the sides of a quadrilateral are 3 cm, think about all the different quadrilaterals that you can draw. Draw the figures on the given blank sheet.

Q2. Did you or your partner get different quadrilaterals for Q1b?

_ _

Q3. So, if only the sides are given, is it always possible to get different quadrilaterals? How do you know?

_ _

8_enPages_for_TamilBook.indd 248 02/08/22 11:27 PM

இவற்றில் எவை தனித்துவமான முக்கோணத்தை விளைவிக்காது என்பதைக் குறித்து ஒரு கலந்துரையாடலை நிகழ்த்துங்கள். குறைந்தபட்சமாக மூன்று மதிப்புகள் போதுமானது என்பதை மாணவர்கள் விரைவில் தெரிந்து கொள்வார்கள் எந்த மூன்று என்பதை அவர்களுடன் கலந்துரையாடி கண்டுபிடியுங்கள். ப-ப-கோ போன்ற சில ஊகங்களுக்கு, நீங்கள் எடுத்துக்காட்டுகளுடன் தயாராக இருக்க வேண்டியிருக்கும். படம் T2-ல் இது போன்ற ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதேபோல, கோ-கோ-கோ என்பதற்கான எதிர்-உதாரணங்களை நீங்கள் வைத்துக் கொள்ளலாம்.

ப-ப-ப என்ற தொகுப்பு நிச்சயம் விடைதரும் என்று மாணவர்கள் நம்புவார்கள். மேலும், இந்த வாய்ப்பைப் பயன்படுத்தி ஏன் அவர்களுக்கு அதன்மேல் அதீத நம்பிக்கை உள்ளது என்று கேட்கலாம். செயல்படும் முற்றுமொற்ற நிபந்தனைக்கான சோதனைகளைப் பற்றி உரையாடியும், ஏன் அவை செயல்படுகின்றன என்பதை மாணவர்களிடம் கேட்டு தெரிந்து கொள்வதன் மூலம் இந்தச் செயல்பாட்டை நிறைவு செய்யுங்கள்.

செயல் 6: ஒரு நாற்கரத்தை/நாற்கோணத்தை வரைதல்

கே.1.a. ஒரு முற்றுமொத்த முக்கோணத்தை எவ்வாறு வரையவேண்டும் என்று உங்கள் அனைவருக்கும் இப்போது தெரிந்திருக்கும். அடுத்ததாக, ஒரு முற்றுமொத்த நாற்கரத்தை எவ்வாறு வரைய வேண்டும் என்பதைக் கண்டுபிடிப்போம். ஒரு முற்றுமொத்த முக்கோணத்தை வரைய மூன்று குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் தேவையெனில், நாற்கரத்துக்கு எவ்வளவு போதுமானதாக இருக்கும்?

கே.1.a-ற்கு மாணவர்கள் "நான்கு" என்ற பதிலை அளித்தார்களென்றால், அதற்கான காரணத்தையும் எந்த நான்கு மதிப்புகள் என்பதையும் கேளுங்கள். எடுத்துக்காட்டாக, நான்கு பக்கங்கள் குறித்த தகவல் கொடுக்கப்பட்டால் ஒரு தனித்துவமான நாற்கரம் அவர்களுக்குக் கிடைக்குமா என்று கேளுங்கள். இதன் பின்னர் கே.1.b-ஐ அவர்களுக்கு அளித்திடுங்கள். முதலில், மாணவர்கள் சதுரங்களை வரையக்கூடும். ஆனால், வெவ்வேறு நாற்கரங்களை பெறும்படி கேட்கும் போது பல சாய்சதுரங்களை பெறுவார்கள்.

கே.1.b. இப்போது, நாற்கரத்தின் அனைத்துப் பக்கங்களும் 3 செ.மீ என்று கொடுக்கப்பட்டிருந்தால், நீங்கள் எந்த மாதிரியான நாற்கரங்களையெல்லாம் வரையமுடியும் என்று யோசியுங்கள். கொடுக்கப்பட்ட வெற்றுத்தாளில் அவ்வடிவங்களை வரையுங்கள்.

கே.2. கே.1.b-ற்கு உங்களுடையதும் கூட்டாளியுடைய நாற்கரங்களும் வெவ்வேறாக இருந்தனவா?

கே.3. ஆக, பக்கங்கள் மட்டுமே கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் வெவ்வேறு நாற்கரங்களை எப்போதுமே பெற முடியுமா? எப்படி இதை தெரிந்து கொண்டீர்கள்?

Q4. Imagine that you have to write to your friend about a quadrilateral. Now think of the minimum information that you can send him/her, such that he/she gets the exact same quadrilateral as the one you had in your mind. What information will you send?

_ _

_ _

Remember, in the case of quadrilaterals, you also have the diagonals. So four sides, four angles, and two diagonals, a total of ten measures form the maximum information. Give the students sufficient time to come up with combinations of information. As we ruled out four as minimum information, let us stick to five minimum measures. Collect the students' conjectures and conduct a discussion about how it would work or not work. Some examples we received while working with Class 8 learners are as follows:

- 4 sides and 1 diagonal
- 2 adjacent sides and 3 angles
- 3 sides and 2 included angles

Another reasoning about why we need five pieces of information can be something like this: "To construct a quadrilateral, one needs to fix four points or vertices. By now we know that to fix three points we need three conditions (triangle). We now need to fix the fourth point. The information we have is in terms of either an angle or a length. An angle gives a straight line and a length gives us a circle. So it is clear that one condition is not enough to fix the fourth point, so we will need at least five conditions".

Students can actually construct these examples and see whether they get a pair of congruent quadrilaterals. However, a general strategy to understand is to see how two congruent triangles when joined, give rise to a quadrilateral. This understanding can be used to deduce the congruency conditions for quadrilaterals. Joining two triangles reduces the information needed from six to five conditions, as one side overlaps.

Check whether what you suggested as the minimum information really works. Try drawing different quadrilaterals for the information you said you would give your friend in the question above.

8_enPages_for_TamilBook.indd 249 02/08/22 11:27 PM

கே.4. ஒரு நாற்கரத்தைப் பற்றி ஒரு நண்பருக்கு எழுதி அனுப்பவேண்டும் என்று கற்பனை செய்து கொள்ளுங்கள். இப்போது, நீங்கள் மனதில் நினைத்த அச்சசல் அதே நாற்கரத்தை அவரும் பெறவேண்டும் என்றால், அவருக்கு அனுப்பக்கூடிய குறைந்தபட்ச தகவல்களை யோசியுங்கள். எந்தத் தகவல்களை நீங்கள் அனுப்புவீர்கள்?

_ _

_ _

நாற்கரங்களைப் பொறுத்த வரையில், மூலை விட்டங்கள் இருப்பதையும் நினைவில் கொள்ளுங்கள். ஆதலால், நான்கு பக்கங்கள், நான்கு கோணங்கள், மற்றும் இரண்டு மூலை விட்டங்கள் என மொத்தமாக பத்து அளவுகள் உள்ளன. இவை அதிகபட்சமான தகவல்கள். கேள்விக்கான தகவல் தொகுப்புகளோடு வர போதுமான நேரத்தை மாணவர்களுக்கு அளியுங்கள். குறைந்தபட்சத் தகவல்களாக நான்கு இருப்பதை நிராகரித்து விட்டோம் என்பதால், ஐந்து அளவுகளை குறைந்தபட்சமாக எடுத்துக் கொள்வோம். மாணவர்களின் ஊகங்களைச் சேகரித்து, அவை ஒத்துவருமா வராதா என்பதைக் குறித்து ஒரு கலந்துரையாடலை நடத்துங்கள். 8-ம் வகுப்பு படிக்கும் மாணவர்களுடன் பணிபுரிந்தபோது எங்களுக்குக் கிடைத்த சில எடுத்துக்காட்டுகள் பின்வருமாறு:

- 4 பக்கங்கள் மற்றும் 1 மூலைவிட்டம்
- 2 அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் மற்றும் 3 கோணங்கள்
- 3 பக்கங்கள் மற்றும் இவற்றை உள்ளடக்கிய 2 கோணங்கள்

ஐந்து தகவல்கள் ஏன் நமக்குத் தேவை என்பதற்கான மாற்று விளக்கம் இதுபோன்று இருக்கலாம்: "ஒரு நாற்கரத்தை வரைய, நான்கு புள்ளிகள் அல்லது மூலைகளை முடிவு செய்து எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். மூன்று புள்ளிகளை முடிவு செய்ய மூன்று மதிப்புகள் (முக்கோணம்) அவசியம் என்று நமக்குத் தெரியும். இப்போது நான்காவது புள்ளியை முடிவு செய்ய வேண்டும். கோணம் அல்லது நீளம் என்ற அடிப்படையில் தான் நம்மிடம் இருக்கும் தகவல் உள்ளது. ஒரு கோணம் நேர்க்கோட்டை தரும் மற்றும் ஒரு நீளம் ஒரு வட்டத்தை தரும். ஆதலால், நான்காவது புள்ளியை முடிவு செய்ய ஒரு மதிப்பு போதாது என்பது தெளிவாக தெரிகிறது. எனவே, நமக்கு குறைந்தபட்சமாக ஐந்து மதிப்புகள் தேவைப்படும்.

முற்றுமொத்த நாற்கோண சோடிகள் கிடைக்கிறதா என்பதைப் பார்க்க, மாணவர்கள் இந்த எடுத்துக்காட்டுகளை வரைந்தே பார்த்துவிடலாம். எனினும், பொதுவான ஒரு உத்தியாக இருப்பது இரண்டு முற்றுமொத்த முக்கோணங்களை இணைக்கும்போது அவை ஒரு நாற்கரத்தை விளைவிக்கும் என்பதைப் புரிந்து கொள்வதாகும். இந்தப் புரிதல், நாற்கரங்களுக்கான முற்றொப்பு நிபந்தனைகளைக் கண்டறிய உதவுவதாக இருக்கும். இரண்டு முக்கோணங்களை இணைக்கும் போது, ஒரு பக்கம் ஒன்றின்மேல் ஒன்று பொருந்துவதால் தேவைப்படக் கூடிய தகவல்கள் ஆறிலிருந்து ஐந்து மதிப்புகளாக குறைந்து விடுகிறது.

நீங்கள் குறைந்தபட்ச தகவலாக பரிந்துரைத்தது உண்மையாகவே வேலை செய்கிறதா என்பதைச் சரி பாருங்கள். மேற்கொடுக்கப்பட்ட கேள்வியில் உங்கள் நண்பருக்கு நீங்கள் அளிப்பதாக கூறிய தகவலுக்கு வெவ்வேறு நாற்கரங்களை வரைந்து பாருங்கள்.

Q5. Think about why this set of information will lead to congruent or non-congruent quadrilaterals.

_ _

_ _

Q6. List the conditions that worked for constructing a unique quadrilateral.

_ _

_ _

Some standard conditions that will give congruent quadrilaterals are given below for your reference:

- Three adjacent sides and two included angles within those sides
- Three angles and two included sides within those angles

  Basically, for any quadrilateral the following are the minimum conditions for congruency: AAASS, AASAS, ASASA, SASAS
- Four sides and an angle can be conditions for congruency only if the quadrilaterals are concave.

In the quadrilaterals ABCD' and ABCD",

$\ell(AB) = 5, \ell(BC) = 6, \angle ABC = 90°$,

$\ell(AD') = \ell(AD'') = 4$ and $\ell(CD') = \ell(CD'') = 5$.

But ABCD' is not congruent to ABCD"

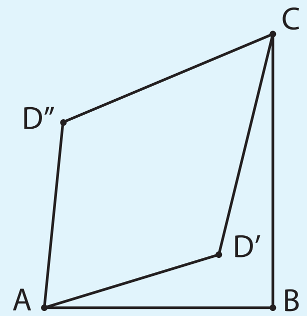


Figure T3 *Refuting a SSSSA conjecture*

8_enPages_for_TamilBook.indd 250 02/08/22 11:27 PM

கே.5. முற்றுமொத்த அல்லது முற்றுமொத்திராத நாற்கரங்களை இந்தத் தகவல் தொகுப்பு ஏன் விளைவிக்கும் எனப்தைக் குறித்து சிந்தியுங்கள்.

கே.6. ஒரு தனித்துவமான நாற்கரத்தை வரைவதற்கு சரிபட்ட நிபந்தனைகளைப் பட்டியலிடுங்கள்.

முற்றுமொத்த நாற்கரங்களைத் தரக்கக்கூடிய சில பொதுவான நிபந்தனைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

- மூன்று அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் மற்றும் அப்பக்கங்களுக்குள் உள்ளடங்கிய இரண்டு கோணங்கள்.
- மூன்று கோணங்கள் மற்றும் அக்கோணங்களுக்குள் உள்ளடங்கிய இரண்டு பக்கங்கள்.

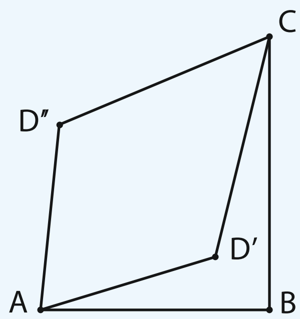
  சுருக்கமாக சொன்னால், எந்தவொரு நாற்கோணத்துக்குமான குறைந்தபட்ச முற்றொப்பு நிபந்தனைகள் பின்வருமாறு: கோ-கோ-கோ-ப-ப, கோ-கோ-ப-கோ-ப, கோ-ப-கோ-ப-கோ, ப-கோ-ப-கோ-ப
- குழிந்த நாற்கரங்களாக இருந்தால் மட்டுமே, நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒருகோணம் முற்றொப்புக்கான மதிப்புகளாக இருக்க முடியும்.

ABCD' மற்றும் ABCD'' என்ற நாற்கரங்களில்,

$\ell(AB) = 5, \ell(BC) = 6, \measuredangle ABC = 90°$,

$\ell(AD') = \ell(AD'') = 4$ மற்றும் $\ell(CD') = \ell(CD'') = 5$.

ஆனால் $ABCD' \ncong ABCD''$ (முற்றொப்பு இல்லை)



படம் T3 *ப-ப-ப-ப-கோ ஊகத்தை நிராகரித்தல்*

Task 7: Some special triangles and quadrilaterals

We have found out the minimum information needed to draw congruent triangles and congruent quadrilaterals, but let us look at some special triangles and quadrilaterals and find out the minimum information we need to construct these.

Q1. How many conditions do you need to construct congruent equilateral triangles?

_ _

_ _

The students will find out that only the length of the equilateral triangle is enough to draw a congruent triangle. In fact, by giving the length of the side of an equilateral triangle, you are giving all the 6 pieces of information (3 sides and 3 angles). Do emphasise this while discussing this task.

Q2. How many pieces of information do you need to construct congruent squares?

_ _

_ _

The students will find out that only the length of the side is enough to draw congruent squares. In fact, by saying that it is a square and giving the length of the side of a square, you are giving all the 8 conditions (4 sides and 4 angles; all angles are 90°). Do emphasise this while discussing this task.

Q3. How many pieces of information do you need to construct congruent rectangles?

_ _

_ _

8_enPages_for_TamilBook.indd 251 02/08/22 11:27 PM

செயல் 7: சில சிறப்பு முக்கோணங்களும் நாற்கரங்களும்

முற்றுமொத்த நாற்கரங்கள் மற்றும் முக்கோணங்களை வரைய தேவைப்படும் குறைந்தபட்ச தகவலை நாம் கண்டுபிடித்துள்ளோம். ஆனால், இப்போது சில சிறப்பு நாற்கோணங்களையும் முக்கோணங்களையும் பார்க்கலாம். இவற்றை வரைய நமக்குத் தேவைப்படும் குறைந்தபட்ச தகவல்களை கண்டுபிடிப்போம்.

கே.1. முற்றொப்பு சமபக்க முக்கோணங்களை வரைய எத்தனை மதிப்புகள் தேவைப்படும்?

_ _

_ _

ஒரு முற்றொப்பு சமபக்க முக்கோணத்தை வரைந்திட அதன் நீளம் மட்டுமே போதுமானது என்பதை மாணவர்கள் கண்டுபிடித்து விடுவார்கள். என்னவென்றால், ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் நீளத்தை வழங்குவதன் மூலம், 6 தகவல்களையுமே (மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்கள்) அளித்து விடுகிறீர்கள்.

கே.2. முற்றொப்பு சதுரங்களை வரைந்திட எத்தனை தகவல்கள் தேவைப்படும்?

_ _

_ _

முற்றொப்பு சதுரங்களை வரைய பக்கத்தின் நீளம் மட்டுமே போதுமானது என்பதை மாணவர்கள் கண்டுபிடிப்பார்கள். சொல்லப்போனால், சதுரமென்பதை கூறி அதன் பக்கத்தின் நீளத்தை தந்தோமென்றால், எட்டு மதிப்புகளையுமே (4 பக்கங்கள் மற்றும் 4 கோணங்கள் அனைத்து கோணங்களும் 90° ஆகும்) நீங்கள் வழங்குகிறீர்கள். இந்தச் செயலைக் குறித்த கலந்துரையாடலில் இதை முன்னிலைப்படுத்தி கூறுங்கள்.

கே.3. முற்றொப்பு செவ்வகங்களை வரைய எத்தனை தகவல்கள் தேவைப்படும்?

_ _

_ _

The students will find out that in the case of rectangles, you need the lengths of two adjacent sides. In fact, by giving the lengths of two adjacent sides of a rectangle, you are giving all the 8 conditions (4 sides—opposite sides are equal; 4 angles—all angles are 90°). Do emphasise this while discussing this task.

Q4. How many pieces of information do you need to construct congruent rhombuses?

____

____

The students will find out that in the case of rhombus, you need the length of one side and one angle. In fact, by giving the length of one side and the measure of one angle of a rhombus, you are giving all the 8 conditions (4 sides—all sides are equal; 4 angles—adjacent angles are complementary and opposite angles are equal). Do emphasise this while discussing this task.

Q5. How many pieces of information do you need to construct congruent parallelograms?

____

____

____

In the case of parallelograms, you need the lengths of two adjacent sides and the included angle. In fact, by giving the lengths of two adjacent sides of a parallelogram and the included angle, you are giving all the 8 conditions (4 sides—opposite sides are equal; 4 angles— opposite angles are equal and adjacent angles are complimentary). Do underline this while discussing this task.

Q6. How many pieces of information do you need to construct congruent trapeziums?

____

8_enPages_for_TamilBook.indd 252 02/08/22 11:27 PM

செவ்வகங்களை பொறுத்த வரையில், இரண்டு அடுத்தடுத்த பக்கங்களின் நீளங்கள் தேவைப்படும் என்பதை மாணவர்கள் கண்டுபிடிப்பார்கள். சொல்லப்போனால், செவ்வகங்களின் இரண்டு அடுத்தடுத்த பக்கங்களின் நீளங்களை தருவதினாலே எட்டு மதிப்புகளையுமே (4 பக்கங்கள் - எதிரப் பக்கங்கள் சமமானவை; அனைத்து கோணங்களும் 90° ஆகும்) நீங்கள் வழங்குகிறீர்கள். இந்தச் செயலை குறித்த கலந்துரையாடலில் இதை முன்னிலைப்படுத்தி கூறுங்கள்.

கே.4. முற்றொப்பு சாய்சதுரங்களை வரைய எத்தனை தகவல்கள் தேவைப்படும்?

_ _

_ _

சாய்சதுரங்களை பொறுத்த வரையில், ஒருபக்கத்தின் நீளமும் ஒருகோணமும் தேவைப்படும் என்பதை மாணவர்கள் கண்டுபிடிப்பார்கள். சொல்லப்போனால், சாய்சதுரத்தின் ஒரு கோணத்தின் அளவு மற்றும் ஒரு பக்கத்தின் நீளத்தை தருவதினாலே எட்டு மதிப்புகளையுமே (4 பக்கங்கள் - அனைத்து பக்கங்களும் சமம்; 4 கோணங்கள் - எதிர்க் கோணங்கள் சமமாகும் மற்றும் அடுத்தடுத்த கோணங்கள் நிரப்பிகளாகும்) நீங்கள் வழங்குகிறீர்கள். இந்தச் செயலைக் குறித்த கலந்துரையாடலில் இதை முன்னிலைப்படுத்தி கூறுங்கள்.

கே.5. முற்றொப்பு இணைகரங்களை வரைய எத்தனை தகவல்கள் தேவைப்படும்?

_ _

_ _

_ _

இணைகரங்களை பொறுத்தவரையில், இரண்டு அடுத்தடுத்த பக்கங்களின் நீளங்களும் அவற்றை உள்ளடக்கிய கோணங்களும் தேவைப்படும். சொல்லப்போனால், இணைகரத்தின் இரண்டு அடுத்தடுத்த பக்கங்களின் நீளங்கள் மற்றும் அவற்றை உள்ளடக்கிய கோணத்தையும் தருவதினாலே எட்டு மதிப்புகளையுமே (4 பக்கங்கள் - எதிர்ப் பக்கங்கள் சமமாகும்; 4 கோணங்கள் - எதிர்க் கோணங்கள் சமமாகும் மற்றும் அடுத்தடுத்த கோணங்கள் நிரப்பிகளாகும்) நீங்கள் தருகிறீர்கள். இந்தச் செயலைக் குறித்த கலந்துரையாடலில் இதை முன்னிலைப்படுத்தி கூறுங்கள்.

கே.6. முற்றொப்பு சரிவகங்களை வரைய எத்தனை தகவல்கள் தேவைப்படும்?

_ _

In the case of trapeziums, you need the length of one non-parallel side, length of the base, and measure the two bases angles. By saying that the quadrilateral is a trapezium, you can construct the other parallel side from the given information.

If you look at all the tasks together, you will notice that to construct congruent squares one needs only one piece of information explicitly. For rectangles and rhombus it will be two pieces of information, for parallelogram it is three, and for trapeziums it is four. If we recall, squares are special cases of rectangle or rhombuses, rectangles and rhombuses are special cases of parallelograms, and parallelograms are special cases of trapeziums.

So, as you construct more and more general quadrilaterals, you will need more pieces of information to construct unique ones till you reach five pieces of information.

Task 8: Constructing a pentagon

Q1. Now that you all know what conditions give constructions of congruent triangles or congruent quadrilaterals, let us figure out how to construct congruent pentagons. So, if the minimum conditions for making congruent triangles are three, and that for congruent quadrilaterals are five, what do you think is the number of minimum conditions needed to construct congruent pentagons?

Mostly, the students will answer seven, by looking at the pattern. Though the answer is correct, probe the students to find some of the seven conditions such that they give a unique pentagon.

Q2. Imagine that you have to write to your friend about a pentagon. Now think of the minimum information that you can send him/her, such that he/she gets the exact same pentagon as the one you had in your mind. What information you will send?

8_enPages_for_TamilBook.indd 253 02/08/22 11:27 PM

சரிவகங்களை பொறுத்தவரையில், இணையான பக்கங்கள் இல்லாத ஒரு பக்கத்தின் நீளமும், அடிப்பக்கத்தின் நீளம் மற்றும் இரண்டு அடிப்பக்க கோணங்களின் அளவுகளும் தேவைப்படும். ஒரு நாற்கரம் சரிவகமென்று கூறுவதன் மூலம், கொடுக்கப்பட்ட தகவலிலிருந்து மற்றொரு இணையான பக்கத்தை வரைந்திடலாம்.

அனைத்து செயல்களை சேர்த்து பார்த்தீர்களென்றால், முற்றுமொத்த சதுரங்களை வரைந்திட வெளிப்படையான ஒரே ஒரு தகவல் மட்டுமே போதுமானது என்பதை தெரிந்துகொள்வீர்கள். செவ்வகங்கள் மற்றும் சாய்சதுரங்களுக்கு இரண்டு தகவல் துணுக்குகள் தேவைப்படும். அதுபோல, இணைகரங்களுக்கு மூன்று மற்றும் சரிவகங்களுக்கு நான்கு தேவைப்படும். நாம் நினைவு கூர்ந்து பார்த்தால், செவ்வகங்கள் அல்லது சாய்சதுரங்களின் சிறப்பு வகைகள் சதுரங்கள், இணைகரங்களின் சிறப்பு வகைகள் செவ்வகங்கள் அல்லது சாய்சதுரங்கள், மற்றும் சரிவகங்களின் சிறப்பு வகைகள் இணைகரங்களாகும்.

ஆதலால், மேலும் மேலும் பொதுவான நாற்கரங்களை வரைந்தீர்களென்றால், தனித்துவமான வடிவங்களை வரைய மேலதிக தகவல் துணுக்குகள் உங்களுக்குத் தேவைப்படும். ஐந்து தகவல் துணுக்குகளை எட்டும் வரை இவ்வாறு நடக்கும்.

செயல் 8: ஓர் ஐங்கோணத்தை வரைதல்

கே.1. முற்றுமொத்த முக்கோணங்கள் அல்லது முற்றுமொத்த நாற்கரங்களை வரைய தேவையான நிபந்தனைகளை நீங்கள் அனைவரும் தெரிந்துகொண்ட நிலையில், முற்றுமொத்த ஐங்கோணங்களை வரைவது எவ்வாறு என்பதைக் கண்டுபிடிக்கலாம். முற்றொத்த முக்கோணங்களை வரைவதற்கான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் மூன்றாகவும் முற்றொத்த நாற்கரங்களுக்கு ஐந்தாகவும் இருக்கிறது. இந்த நிலையில், முற்றுமொத்த ஐங்கோணங்களை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் என்னவாக இருக்கும் என்று நினைக்கிறீர்கள்?

____

____

நிலவும் அமைப்பை பார்த்து, மாணவர்கள் பெரும்பாலும் ஏழு என்ற விடையை அளிப்பார்கள். இது சரிதான் என்றாலும், ஏழு மதிப்புகள் சிலவற்றை கண்டுபிடிக்கும்படி மாணவர்களை சோதியுங்கள். இவற்றின் மூலம், ஒருதனித்துவமான ஐங்கோணத்தை பெறுவதாக அவை இருக்க வேண்டும்.

கே.2. ஓர் ஐங்கோணத்தை குறித்து நண்பருக்கு எழுதி அனுப்ப வேண்டும் என்று கற்பனை செய்து கொள்ளுங்கள். இப்போது, நீங்கள் மனதில் நினைத்த அச்சசல் அதே ஐங்கோணத்தை அவரும் பெற வேண்டும் என்றால், அவருக்கு அனுப்பக்கூடிய குறைந்தபட்ச தகவல்களை யோசியுங்கள். எந்தத் தகவல்களை நீங்கள் அனுப்புவீர்கள்?

____

____

As in the case of quadrilaterals, for pentagons there will be diagonals. So, five sides, five angles, and five diagonals, a total of fifteen measures form the maximum information. Give the students sufficient time to come up with combinations of information. Collect the students' conjectures and conduct a discussion about how it would work or not work.

Check whether what you suggested as the minimum information really works. Try drawing different pentagons for the information you said you would give your friend in the question above.

Q3. Think about why this set of information will lead to congruent or non-congruent pentagons.

_ _

_ _

Q4. List the conditions that worked for making a unique pentagon.

_ _

_ _

Some sets of conditions that give congruent pentagons are given below for your reference.

- All 5 sides and 2 of the diagonals
- 4 sides and 3 included angles
- 4 angles and their included sides

Task 9: Finding the number of conditions to construct a congruent polygon

Now that you know the minimum conditions needed for constructing congruent triangles, congruent quadrilaterals and congruent pentagons, let us explore how many conditions are needed for constructing congruent hexagons, or congruent heptagons.

8_enPages_for_TamilBook.indd 254 02/08/22 11:27 PM

நாற்கரங்களுக்கு போன்றே, ஐங்கோணங்களுக்கும் மூலை விட்டங்கள் இருக்கும். ஆதலால், ஐந்து பக்கங்கள், ஐந்து கோணங்கள், மற்றும் ஐந்து மூலை விட்டங்கள் என மொத்தமாக பதினைந்து அளவுகள் அதிகபட்சத் தகவலாக இருக்கும். மாணவர்களின் ஊகங்களைச் சேகரித்து, அவை செயல்படுமா இல்லையா என்பதைக் குறித்து ஒரு கலந்துரையாடலை நடத்துங்கள்.

நீங்கள் குறைந்தபட்ச தகவலாக பரிந்துரைத்தது உண்மையாகவே வேலை செய்கிறதா என்பதைச் சரி பாருங்கள். மேற்கொடுக்கப்பட்ட கேள்வியில் உங்கள் நண்பருக்கு நீங்கள் அளிப்பதாக முடிவுசெய்த தகவலுக்கு, வெவ்வேறு ஐங்கோணங்களை வரைந்து பாருங்கள்.

கே.3. முற்றுமொத்த அல்லது முற்றுமொத்திராத ஐங்கோணங்களை இந்தத் தகவல் தொகுப்பு ஏன் விளைவிக்கும் என்பதைக் குறித்து சிந்தினைச் செய்யுங்கள்.

_ _

_ _

கே.4. ஒருதனித்துவமான ஐங்கோணத்தை வரைய பொறுத்தமாக இருந்த நிபந்தனைகளைப் பட்டியலிடுங்கள்.

_ _

_ _

முற்றுமொத்த ஐங்கோணங்களை தரக்கக்கூடிய சில நிபந்தனைகளின் தொகுப்பு நீங்கள் பயன்படுத்திக் கொள்வதற்காக கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

- ஐந்து பக்கங்களும் மற்றும் ஏதாவது இரண்டு மூலைவிட்டங்கள்
- நான்கு பக்கங்களும், அவற்றை உள்ளடக்கிய மூன்று கோணங்கள்
- நான்கு கோணங்கள் மற்றும் அவற்றை உள்ளடக்கிய பக்கங்கள்

செயல் 9: ஒரு முற்றுமொத்த பலகோணத்தை வரைய தேவையான மதிப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடித்தல்

முற்றுமொத்த முக்கோணங்கள், முற்றுமொத்த நாற்கரங்கள் மற்றும் முற்றுமொத்த ஐங்கோணங்களை வரைய தேவையான குறைந்தடபட்ச மதிப்புகள் என்னவென்று உங்களுக்குத் தெரியும். இப்போது, முற்றுமொத்த அறுகோணங்கள், அல்லது முற்றுமொத்த எழுகோணங்களை வரைய தேவையான மதிப்புகள் எத்தனையென்று நாம் ஆராயலாம்.

Make some guesses, and make constructions on the given sheets of paper. Record your guesses in table 1 below.

Number of sides in the polygon	Name of the polygon	Minimum conditions required for constructing a congruent polygon
3	Triangle	3
4	Quadrilateral	5
5	Pentagon	
6	Hexagon	
7	Heptagon	
8	Octagon	

Table 1 *Conditions required for constructing a congruent polygon*

Some students may complete the table by observing the pattern. Some students may struggle with the table. Give ample time to the students and then collect responses to complete the table on the board.

Proving our Conjectures

Let us find out how can we prove which guesses are right and which ones are wrong.

Draw a quadrilateral.

Draw a diagonal inside the quadrilateral so that it splits into two triangles.

See Figure 1.

(Here we have drawn two different types of quadrilaterals).

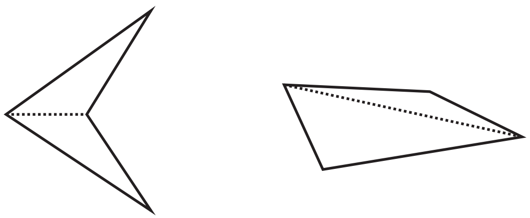


Figure 1 *Triangulation of quadrilaterals*

8_enPages_for_TamilBook.indd 255 02/08/22 11:27 PM

சில ஊகங்களை செய்து, கொடுக்கப்பட்ட தாள்களில் வடிவங்களை வரையுங்கள். உங்களுடைய ஊகங்களை கீழுள்ள அட்டவணை 1-ல் பதிவிடுங்கள்.

பலகோணத்திலுள்ள பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	பலகோணத்தின் பெயர்	ஒரு முற்றொமொத்த பலகோணத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள்
3	முக்கோணம்	3
4	நாற்கரம்/நாற்கோணம்	5
5	ஐங்கோணம்	
6	அறுகோணம்	
7	எழுகோணம்	
8	எண்கோணம்	

அட்டவணை 1 *ஒரு முற்றுமொத்த பலகோணத்தை வரைய தேவைப்படும் மதிப்புகள்*

சில மாணவர்கள் அமைப்பை கவனிப்பதன் மூலமே இந்த அட்டவணையை நிரப்பிவிடக்கூடும். வேறு சிலர் அட்டவணையை நிரப்ப சிரமப்படுவார்கள். மாணவர்களுக்குத் தாராளமான அளவில் காலஅவகாசம் தந்திடுங்கள். பின்னர், அவர்களின் பதில்களைச் சேகரித்து கரும்பலகையிலுள்ள அட்டவணையை முழுமையாக நிரப்புங்கள்.

நம்முடைய ஊகங்களை நிரூபித்தல்

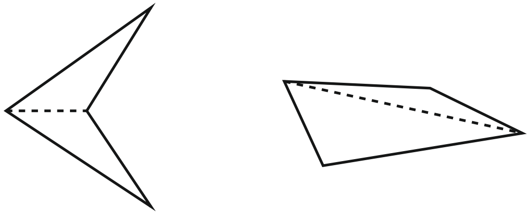
ஊகங்களில் எவை சரி என்றும், எவை தவறென்பதையும் எவ்வாறு நிரூபிக்கலாம் என்பதை நாம் கண்டுபிடிக்கபோகிறோம்.

ஒரு நாற்கரத்தை வரையுங்கள்.

இரண்டு முக்கோணங்களாக பிரியும்படி இந்த நாற்கரத்தின் உட்பகுதியில் ஒரு மூலைவிட்டத்தை வரையுங்கள்.

படம் 1-ஐ பாருங்கள்.

(இரண்டு வகையான நாற்கரங்களை இங்கே நாம் வரைந்துள்ளோம்)



படம் 1 *நாற்கரங்களை முக்கோணமாக்கல்*

We see that every quadrilateral can be split into two triangles in this way. We know that for constructing a unique triangle we need three minimum conditions.

So in this case, to construct the first triangle we needed three minimum conditions. For the next triangle, we need three more, but as one side overlaps, we need only two conditions to construct a triangle congruent to the second triangle. These can be, for example, one side and the angle it makes with the adjacent side of the quadrilateral. Alternatively, one can also give two angles.

Another way of thinking about this is, once we fix the first triangle, three vertices of the quadrilateral are fixed. So to fix the remaining vertex, two conditions (as in the examples above) are sufficient. Hence these five conditions are the minimum pieces of information needed to construct a quadrilateral.

This also reconfirms our understanding of the minimum conditions needed to construct a unique quadrilateral.

What will happen if we do the same for a pentagon?

Let us draw a pentagon and see how many triangles the pentagon can be split into by drawing a minimum number of diagonals. We see from figure 2 that by drawing two diagonals, the pentagon can be split into three triangles.

For the first triangle we need three conditions, for the second triangle we need another three, but then one side overlaps so we need only two. Similarly, for the third triangle, we need two more conditions.

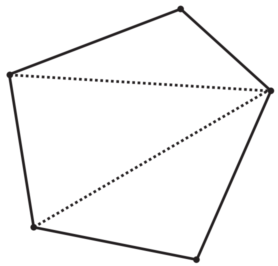


Figure 2

So, you can see that whenever you add a triangle, you add two conditions. So, the minimum conditions necessary for constructing a unique pentagon are seven (3 + 2 + 2).

Let us try to figure this out for hexagons, heptagons, and octagons.

8_enPages_for_TamilBook.indd 256 02/08/22 11:27 PM

இந்த வழிமுறையின் மூலம், எந்தவொரு நாற்கரத்தையும் இரண்டு முக்கோணங்களாக பிரிக்க முடியும் என்பது தெரிகிறது. ஒரு தனித்துவமான முக்கோணத்தை வரைய மூன்று குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் தேவை என்பதும் நமக்குத் தெரியும்.

ஆதலால், இந்த நிலையில் முதல் முக்கோணத்தை வரைய நமக்கு மூன்று குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் தேவைப்படுகிறது. அடுத்த முக்கோணத்துக்கு, இன்னும் மூன்று தேவை. ஆனால், ஒருபக்கம் ஒன்றின்மேல் ஒன்று பொருந்துவதால், இரண்டாவது முக்கோணத்துக்கு முற்றுமொத்தவாறு ஒரு முக்கோணத்தை வரைய நமக்கு இரண்டு மதிப்புகளே போதும். எடுத்துக்காட்டாக, நாற்கரத்தில் உள்ள ஒரு பக்கத்துக்கும் அதற்கு அடுத்துள்ள பக்கத்துக்கும் இடையே அமைக்கப்படும் கோணமாகவும் இவை இருக்கலாம். மாறாக, இரண்டு கோணங்களையும் எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

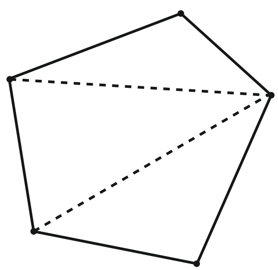
இதைப் பற்றி யோசிக்க மற்றொரு வழி என்னவென்றால், முதல் முக்கோணத்தை முடிவு செய்த பின்பு நாற்கரத்தின் மூன்று மூலைகளும் முடிவாகிவிடுகின்றன. ஆதலால், மிஞ்சியுள்ள ஒரு மூலையை முடிவுசெய்ய இரண்டு மதிப்புகள் (மேற்கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளில் இருப்பது போல) போதுமானவை. எனவே, ஒரு நாற்கரத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச தகவல் துணுக்குகள் இந்த ஐந்து மதிப்புகளே ஆகும்.

ஒரு தனித்துவமான நாற்கரத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகளைக் குறித்த நமது புரிதலை, இது மீண்டும் உறுதிபடுத்துவதாக இருக்கிறது.

ஓர் ஐங்கோணத்துக்கும் இதேபோல செய்தால் என்ன நடக்கும்?

ஓர் ஐங்கோணத்தை இப்போது வரைவோம். குறைந்தபட்ச எண்ணிக்கையில் மூலை விட்டங்களை வரைந்து இந்த ஐங்கோணத்தை எத்தனை முக்கோணங்களாக பிரிக்க முடியும் என்பதைப் பார்க்கலாம். இரண்டு மூலை விட்டங்களை வரைவதன் மூலம், மூன்று முக்கோணங்களாக இதை பிரிக்க முடியும் என்பது படம் 2-ஐ பார்க்கும்போது நமக்குத் தெரிகிறது.

முதல் முக்கோணத்துக்கு நமக்கு மூன்று மதிப்புகள் தேவைப்படும். இரண்டாவது முக்கோணத்துக்கும் மேலும் மூன்று மதிப்புகள் தேவை, ஆனால் அதன் ஒரு பக்கம் ஒன்றின் மேல் ஒன்றுபொருந்துவதால் இரண்டே போதும். அதேபோல, மூன்றாவது முக்கோணத்துக்கு மேலும் இரண்டு மதிப்புகள் தேவைப்படும்.



படம் 2

ஆதலால், ஒரு முக்கோணத்தை சேர்க்கும்போதெல்லாம் இரண்டு மதிப்புகளைச் சேர்க்கிறோம் என்பதை தெரிந்து கொண்டிருப்பீர்கள். ஆக, ஒரு தனித்துவமான ஐங்கோணத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் ஏழு $(3+2+2)$ ஆகும்.

அறுகோணங்கள், எழுகோணங்கள், மற்றும் எண்கோணங்களுக்கும் இதைக் கண்டுபிடிக்க முயற்சி செய்யலாம்.

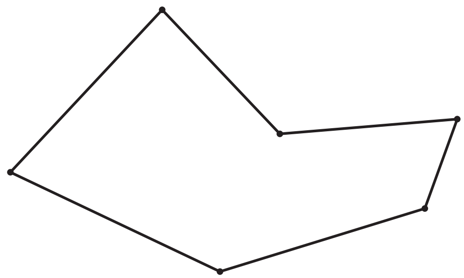


Figure 3

1. How many triangles can a hexagon be split into? (Remember that the number of diagonals drawn must be a minimum.) _______________
2. What is the minimum number of conditions needed to construct unique hexagons? _______________
3. Why?
4. How many triangles can a heptagon be split into? _______________

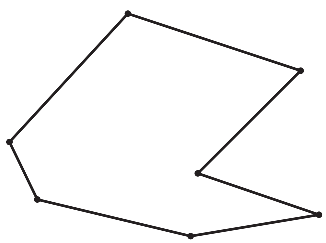
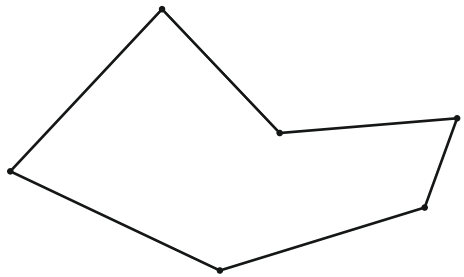


Figure 4

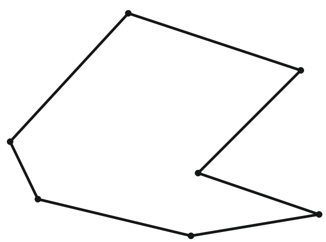
5. What is the minimum number of conditions needed to construct unique heptagon? _______________
6. Why?

8_enPages_for_TamilBook.indd 257 02/08/22 11:27 PM



படம் 3

1. ஓர் அறுகோணத்தை எத்தனை முக்கோணங்களாக பிரிக்க முடியும்? (மூலைவிட்டங்களின் எண்ணிக்கை குறைந்தபட்சமாக இருக்க வேண்டும் என்பதை நினைவில் கொள்ளுங்கள்) _______________
2. தனித்துவமான அறுகோணங்களை வரைய குறைந்தபட்சமாக எத்தனை மதிப்புகள் தேவை? _______________
3. ஏன்?
4. ஓர் எழுகோணாத்தை எத்தனை முக்கோணங்களாக பிரிக்கலாம்? _____________



படம் 4

5. தனித்துவமான எழுகோணங்களை வரைய குறைந்தபட்சமாக எத்தனை மதிப்புகள் தேவை? _____________
6. ஏன்?

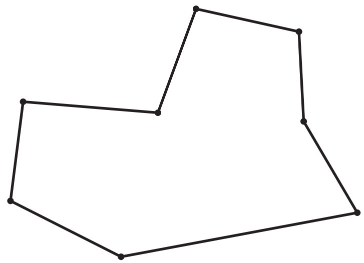


Figure 5

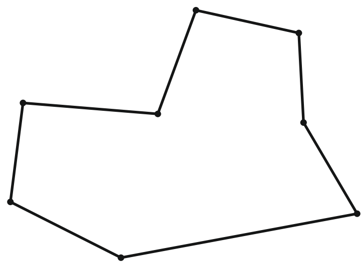
1. How many triangles can an octagon be split into?_______________
2. What is the minimum number of conditions needed to construct congruent octagon? _______________
3. Why?

It is interesting to see what is the minimum information needed to construct a unique polygon. Let us start with a polygon with n sides. To fix the first three vertices, we need three conditions. For each of the $n - 3$ remaining vertices, we need at least two pieces of information or conditions. Hence we need at least $2(n - 2) + 3 = 2n - 3$ conditions. But the process of dividing the polygon into $n - 2$ triangles tells us that $2n - 3$ conditions are sufficient to construct a unique polygon. So, the number of minimum conditions required to construct a unique polygon is $2n - 3$.

Suggested readings

- Simple argument about the number of minimum conditions needed to construct congruent polygons: https://www.mathopenref.com/congruentpolygonstests.html
- A simulation to check congruent polygons by super-positioning: https://www.mathopenref.com/congruentpolygons.html

8_enPages_for_TamilBook.indd 258 02/08/22 11:27 PM



படம் 5

7. ஓர் எண்கோணத்தை எத்தனை முக்கோணங்களாக பிரிக்கலாம்?____________
8. முற்றுமொத்த எண்கோணங்களை வரைய குறைந்தபட்சமாக எத்தனை மதிப்புகள் தேவை? ____________
9. ஏன்?

ஒரு தனித்துவமான பலகோணத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச தகவல்கள் என்னென்ன என்பதை கண்டுபிடிப்பது சுவரஸ்யமாக இருக்கும். n பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு பல கோணத்தை எடுத்துக் கொண்டு தொடங்கலாம். முதல் மூன்று மூலைகளை முடிவு செய்ய, நமக்கு மூன்று மதிப்புகள் தேவை. மீதமுள்ள $n-3$ மூலைகளுக்கும், குறைந்தபட்சமாக இரண்டு தகவல் துணுக்குகள் அல்லது மதிப்புகள் நமக்கு தேவைப்படும். எனவே, குறைந்தபட்சமாக $2(n-2)+3=2n-3$ மதிப்புகள் நமக்குத் தேவை. ஆனால், $n-2$ முக்கோணங்களாக பலகோணத்தை பிரிக்கும் வழி முறை நமக்குத் தெரிவிப்பது, ஒரு தனித்துவமான பலகோணத்தை வரைய $2n-3$ மதிப்புகளே போதுமானது என்பதாகும். ஆதலால், ஒரு தனித்துவமான பலகோணத்தை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் $2n-3$ ஆகும்.

பரிந்துரைகள்

- முற்றுமொத்த பலகோணங்களை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகளின் எண்ணிக்கைக் குறித்த எளிமையான வாதம்: https:// www.mathopenref.com/congruentpolygonstests.html
- மேற்பொருந்துதல் மூலம் முற்றுமொத்த பலகோணங்களை சரிபார்க்க ஓர் உருவகப்படுத்துதல் வழிமுறை https://www.mathopenref.com/ congruentpolygons.html

- Interesting examples of congruence: https://www.andrews.edu/~calkins/math/webtexts/geom07.html
- Detailed proof of why the number of minimum conditions needed to construct congruent n-gons is 2n – 3: http://www.amesa.org.za/amesal_n21_a12.pdf

References

- Plaksin, O., & Patkin, D. (2016). Exploring the minimum conditions for congruency of polygons. *Learning and Teaching Mathematics,* 2016(2), 42-46. http://www.amesa.org.za/amesal_n21_a12.pdf
- Page, John D. *Congruent polygons*. From Math Open Reference. https://www.mathopenref.com/congruentpolygons.html

Title: Is your polygon the same as mine?

Main Authors: Aaloka Kanhere, Shweta Naik

Contributing Authors: Harita Raval, Tuba Khan

Reviewers: Amber Habib, Amol Dighe, H. C. Pradhan, Jonaki Ghosh, Sneha Titus

Creative Commons Licence: CC BY-SA 4.0 International

VIGYAN PRATIBHA
विज्ञान प्रतिभा

- முற்றொப்பு குறித்த சுவாரஸ்யமான எடுத்துக்காட்டுகள்:
  https://www.andrews.edu/~calkins/math/webtexts/geom07.html
- முற்றுமொத்த n-கோணங்களை வரைய தேவையான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் ஏன் $2n$ - 3 என்பதற்கான விரிவான நிரூபணம்.
  http://www.amesa.org.za/amesal_n21_a12.pdf

மேற்கோள்கள்

- Plaksin, O., & Patkin, D. (2016). Exploring the minimum conditions for congruency of polygons. *Learning and Teaching Mathematics*, 2016(2), 42-46. http://www.amesa.org.za/amesal_n21_a12.pdf
- Page, John D. *Congruent polygons*. From Math Open Reference. https://www.mathopenref.com/congruentpolygons.html

Title: Is your polygon the same as mine?
Main Authors: Aaloka Kanhere, Shweta Naik
Contributing Authors: Harita Raval, Tuba Khan
Reviewers: Amber Habib, Amol Dighe, H. C. Pradhan, Jonaki Ghosh, Sneha Titus
Translators: Manikandan Sambasivam, Uthra Dorairajan

Creative Commons Licence: CC BY-SA 4.0 International

VIGYAN PRATIBHA
विज्ञान प्रतिभा

8_enPages_for_TamilBook.indd 260 02/08/22 11:27 PM