Exploring a square grid through rectangles
चौकटीवरील आयत

Introduction
ओळख

You have calculated areas and perimeters of figures like rectangles and triangles many times. Have you ever wondered what is the relationship between area and perimeter of a figure? What happens when area increases? Does the perimeter increase or decrease? What happens to the area if the perimeter decreases?

तुम्ही त्रिकोण आणि आयत यांसारख्या आकृतींचे क्षेत्रफळ आणि परिमिती अनेकदा काढली असेल. एखाद्या आकृतीचे क्षेत्रफळ आणि परिमिती यांच्यात संबंध काय असतो, याचा विचार तुम्ही कधी केला आहे का? जेव्हा आकृतीचे क्षेत्रफळ वाढते तेव्हा काय होते? परिमिती वाढते की कमी होते? जर परिमिती कमी झाली तर क्षेत्रफळाचे काय होते?

Here, we will explore the relationship between the area and perimeter of rectangles. We will do this, however, with an important constraint – the rectangles will be those that can be drawn on a square grid such that the corners (vertices) of the rectangles are grid points.

येथे, आयताचे क्षेत्रफळ आणि परिमिती यांच्यात असलेला संबंध आपण शोधणार आहोत. मात्र, हे करताना आपल्यासमोर एक महत्त्वाची अट आहे - आपण असे आयत पाहणार आहोत जे चौकट-कागदावर (पाहा *आकृती 1अ* आणि *1ब*) काढता येऊ शकतात. म्हणजेच या आयतांचे कोपरे (शिरोबिंदू) हे चौकटीचे बिंदू असले पाहिजेत.

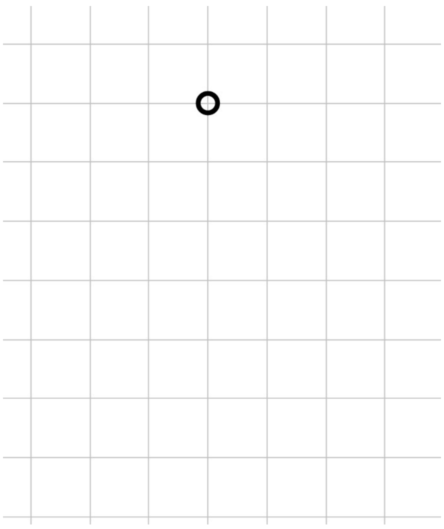


Figure 1a :Square grid and dot on grid
आकृती 1अ : चौकट कागद आणि चौकटीचे बिंदू

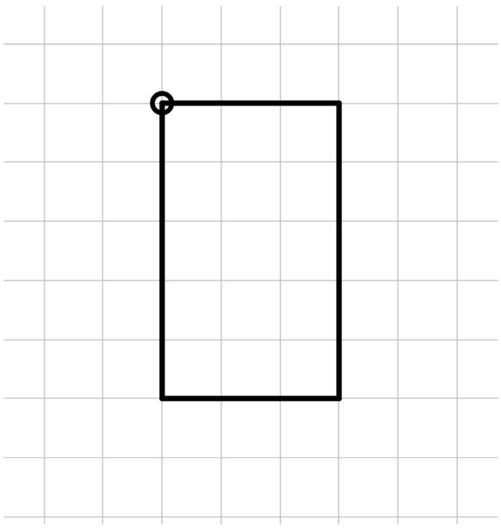


Figure 1b : Rectangle drawn on square grid
आकृती 1 ब : चौकट कागदावर काढलेला आयत

Materials required
कृतीसाठी लागणारे साहित्यः

Grid papers (each student will require three to four square grid papers), pencils
चौकट-कागद (प्रत्येक विद्यार्थ्याला साधारणपणे तीन ते चार चौकट-कागद लागतील), पेन्सिली

Look at the grid paper you have.
तुमच्याकडे असलेला चौकट-कागद नीट पाहा.

CC-BY-SA 4.0 license, HBCSE

Let us call the length of the line segment AB (shown in *figure 2a*) as one unit of length
चला, रेषाखंड AB ची लांबी 1 एकक आहे, असे मानू या (*आकृती 2 अ* मध्ये दाखविल्याप्रमाणे).

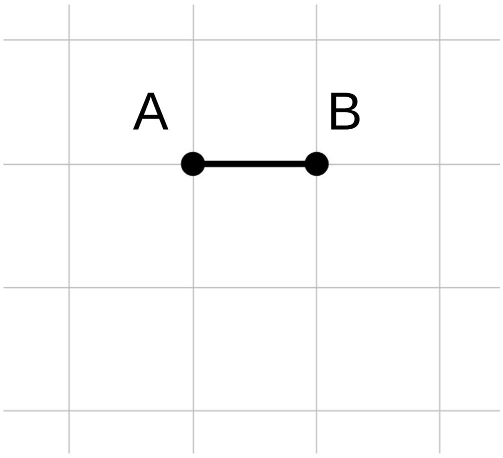


Figure 2a
आकृती 2 अ

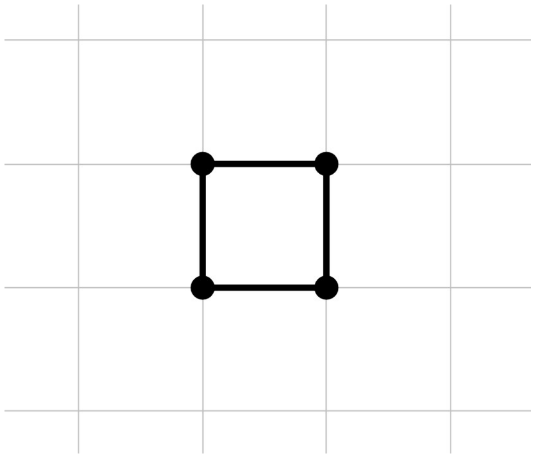


Figure 2b
आकृती 2 ब

Now, considering the above length as one unit, what can you say about the area of the shape in *figure 2b*? Why do you think so? Discuss with your friends.
आता, रेषाखंड AB ची लांबी 1 एकक मानल्यास *आकृती 2 ब* मधील आकाराचे क्षेत्रफळ किती असेल, ते सांगा? असे तुम्हाला का वाटते? याबद्दल तुमच्या आपापसांत चर्चा करा.

____
____
____
____

Task 1: Any more unit areas…?
कृती 1: 1 एकक क्षेत्रफळाचे अजून आकार…?

Draw a few more (at least two) figures such that their areas are also one square unit.
आणखी किमान दोन आकृत्या अशा काढा, ज्यांचे क्षेत्रफळ 1 चौरस एकक असेल.

Task 2: When all adjacent sides are perpendicular..?
कृती 2: जेव्हा लगतच्या बाजू एकमेकांना लंब असतील तर…?

The polygons drawn in *figure 3* are called rectilinear polygons.
आकृती 3 मध्ये काढलेल्या बहुभुजाकृतींना 'सरळरेषीय बहुभुजाकृती' म्हणतात.

Draw five such figures and find their areas and perimeters.
अशा प्रकारच्या पाच आकृत्या काढा आणि त्यांचे क्षेत्रफळ तसेच परिमिती काढा.

Remember that all the vertices of these figures should be on the grid points.
लक्षात घ्या, या आकृत्यांचे सर्व शिरोबिंदू हे चौकटीच्या बिंदूंवर असले पाहिजेत.

A rectilinear polygon is a polygon, all of whose angles are either 90° or 270°. Some examples of rectilinear shapes are given here.

सरळरेषीय बहुभुजाकृती ही अशी एक बहुभुजाकृती असते, जिचे कोन एकतर 90° किंवा 270° असते. पुढे सरळरेषीय बहुभुजाकृतींचे काही आकार दाखवलेले आहेत.

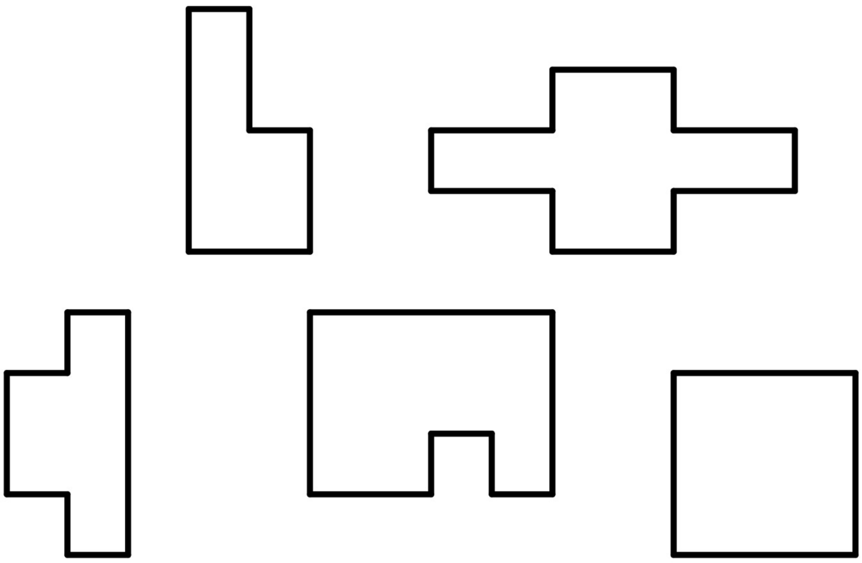


Figure 3

आकृती 3

Task 3: What if some adjacent sides are NOT perpendicular...?

कृती 3: जर लगतच्या काही बाजू लंब नसतील तर...?

Figure 4 shows some polygons. Find the area of the given figures.

आकृती 4 मध्ये काही बहुभुजाकृती आहेत. त्या आकृत्यांचे क्षेत्रफळ काढा.

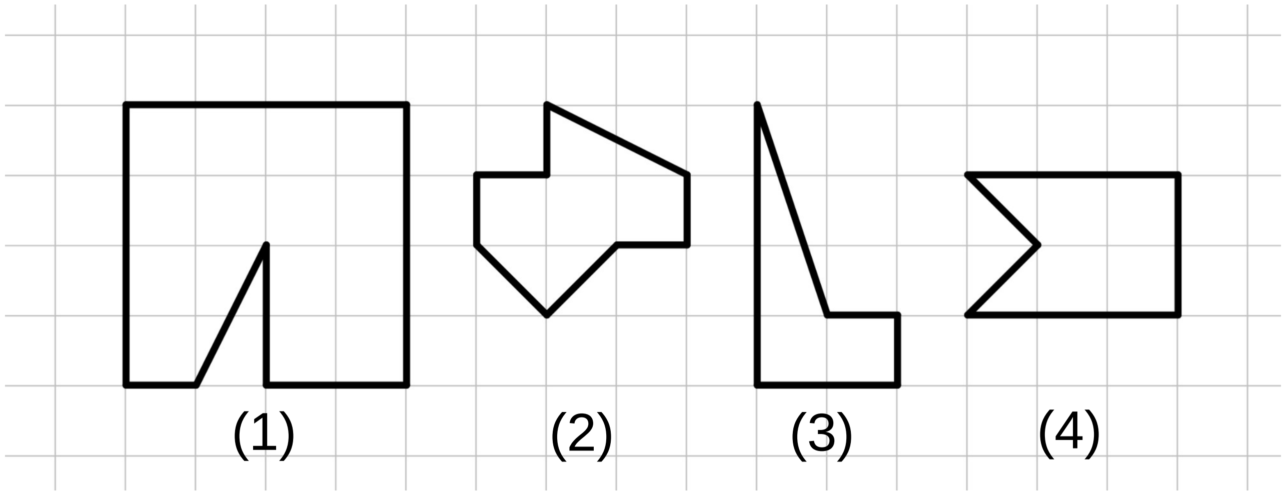


Figure 4

आकृती 4

CC-BY-SA 4.0 license, HBCSE

Task 4: Focusing on rectangles…?
कृती 4: चला आयत पाहू या …?

Draw five rectangles on the grid paper. Keep in mind the following:
चौकट-कागदावर पाच आयत काढा. हे करीत असताना पुढील बाबी लक्षात ठेवा:

1. The vertices of the rectangles should be grid points.
   आयताचे शिरोबिंदू हे चौकटीचे बिंदू असले पाहिजेत.

2. The rectangles should be of different sizes.
   आयत वेगवेगळ्या मापाचे असले पाहिजेत.

3. At least one of the rectangles should be tilted.
   किमान एक तरी आयत तिरका (कललेला) असला पाहिजे.

4. Measure and write the area and the perimeter of the rectangles which are not tilted. Discuss how you got your answers.
   तिरका आयत वगळता, इतर आयतांचे क्षेत्रफळ आणि परिमिती मोजा आणि लिहा. तुम्हाला उत्तरे कशी मिळाली, याबद्दल चर्चा करा.

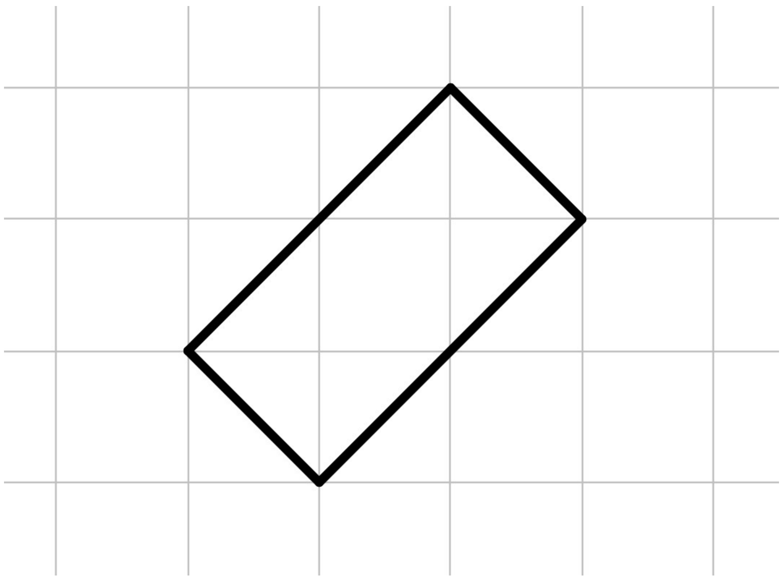
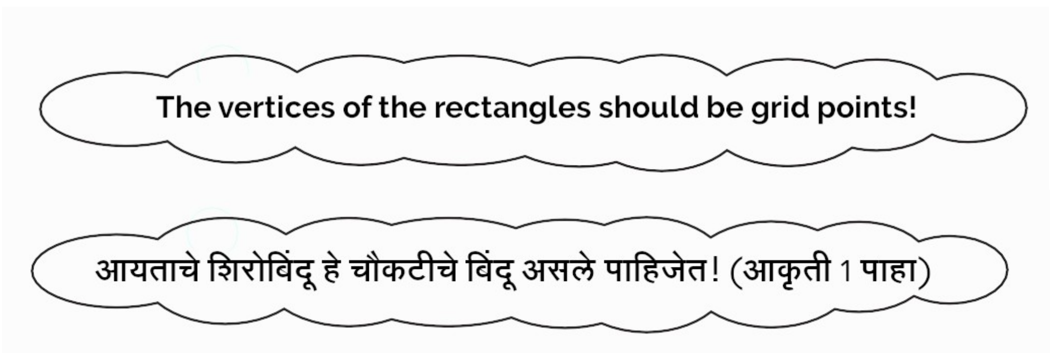


Figure 5: Tilted rectangle

आकृती 5: तिरका आयत



Task 5: Perimeter same but rectangles different...?
कृती 5: परिमिती समान पण आयत वेगळे ...?

Sub task 1
उपकृती 1

1. Draw different rectangles on your square grid, all of which have a perimeter of 16 units. (Draw as many as you can.)
   तुमच्या चौकट-कागदावर असे वेगवेगळे आयत काढा, ज्यांची परिमिती 16 एकक असेल (तुम्हाला शक्य होतील तेवढे आयत काढा).
2. Complete the table given below based on your rectangles.
   तुमच्या आयतांच्या माहितीवर आधारित पुढे दिलेला तक्ता भरा.
3. Which rectangle has the largest area? Which rectangle has the smallest area?
   कोणत्या आयताचे क्षेत्रफळ सर्वांत जास्त आहे? कोणत्या आयताचे क्षेत्रफळ सर्वांत कमी आहे?
4. Compare your table with those of your friends.
   तुमच्या तक्त्यातील माहितीची तुलना इतरांच्या तक्त्यातील माहितीशी करा.
5. Did you get a square in your table? Is a square also a rectangle?
   तुमच्या तक्त्यानुसार त्यात एखादा 'चौरस' आहे का? चौरस हा आयत असतो का?

Note: "Semi-perimeter" of the rectangle is half of the perimeter.
नोंद: आयताची "अर्धपरिमिती" ही त्याच्या परिमितीच्या अर्धी असते.

Perimeter is 16 units परिमिती 16 एकक				
Rectangle आयत	Length लांबी	Breadth रुंदी	Semi-perimeter अर्धपरिमिती	Area क्षेत्रफळ
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

Table 1

तक्ता 1

Sub task 2
उपकृती 2

1. Draw different rectangles on your square grid, all of which have a perimeter of 18 units. (Draw as

CC-BY-SA 4.0 license, HBCSE

many as you can.)
तुमच्या चौकट-कागदावर असे वेगवेगळे आयत काढा, ज्यांची परिमिती 18 एकक असेल (तुम्हाला शक्य होतील तेवढे आयत काढा).

2. Complete the table given below based on your rectangles.
तुमच्या आयतांच्या माहितीवर आधारित पुढे दिला तक्ता भरा.

3. Which rectangle has the largest area? Which rectangle has the smallest area?
कोणत्या आयताचे क्षेत्रकळ सर्वांत जास्त आहे? कोणत्या आयताचे क्षेत्रफळ सर्वांत कमी आहे?

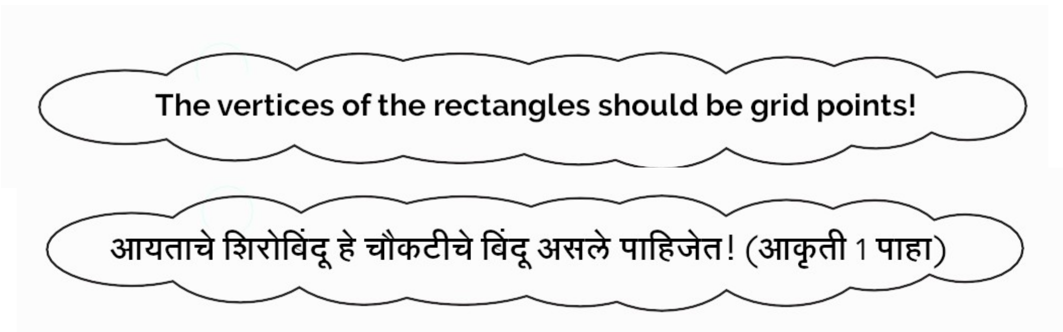
4. Compare your table with the tables drawn by your friends.
तुमच्या तक्त्यातील माहिती आणि इतरांची माहिती यांच्यात तुलना करा.

5. Did you get a square in your table?
तुमच्या तक्त्यानुसार त्यात एखादा चौरस आहे का?

Perimeter is 18 units परिमिती 18 एकक				
Rectangle आयत	Length लांबी	Breadth रुंदी	Semi-perimeter अर्धपरिमिती	Area क्षेत्रफळ
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

Table 2

तक्ता 2



CC-BY-SA 4.0 license, HBCSE

Task 6: Now, some same area rectangles …?
कृती 6: आता, काही समान क्षेत्रफळाचे आयत…?

Sub task 1
उपकृती 1

1. Draw different rectangles which have an area of 36 square units. (Draw as many as you can.)
तुमच्या चौकट-कागदावर असे वेगवेगळे आयत काढा, ज्यांचे क्षेत्रफळ 36 चौरस एकक असेल (तुम्हाला शक्य होतील तेवढे आयत काढा).
2. Fill the given table.
दिलेल्या तक्त्यात माहिती भरा.
3. Did you get a square?
तुम्हाला एखादा चौरस मिळाला का?
4. Compare your table with the tables drawn by some of your friends.
तुमच्या तक्त्यातील माहिती आणि इतरांची माहिती यांच्यात तुलना करा.

Perimeter is 36 units परिमिती 36 एकक				
Rectangle आयत	Length लांबी	Breadth रुंदी	Semi-perimeter अर्धपरिमिती	Area क्षेत्रफळ
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

Table 3

तक्ता 3

Sub task 2
उपकृती 2

1. Draw different rectangles which have an area of 17 square units. (Draw as many as you can.)
तुमच्या चौकट-कागदावर असे वेगवेगळे आयत काढा, ज्यांचे क्षेत्रफळ 17 चौरस एकक असेल (तुम्हाला शक्य होतील तेवढे आयत काढा).
2. Fill the given table.
दिलेल्या तक्त्यात माहिती भरा.
3. Did you get any square?
तुम्हाला एखादा चौरस मिळाला का?
4. Compare your table with the tables filled by some of your friends.

CC-BY-SA 4.0 license, HBCSE

तुमच्या तक्त्यातील माहिती आणि इतरांची माहिती यांच्यात तुलना करा.

Perimeter is 17 units परिमिती 17 एकक				
Rectangle आयत	Length लांबी	Breadth रुंदी	Semi-perimeter अर्धपरिमिती	Area क्षेत्रफळ
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

Table 4

तक्ता 4

Sub task 3

उपकृती 3

1. Draw different rectangles having an area of 24 square units. (Draw as many as you can.)
   क्षेत्रफळ 24 चौरस एकक असलेले वेगवेगळे आयत काढा (तुम्हाला शक्य होतील तेवढे आयत काढा).
2. Make a table like the one above.
   वर दिल्याप्रमाणे एक तक्ता बनवा.
3. Do you see any congruent rectangles among the rectangles you have drawn?
   तुम्ही काढलेल्या आयतांमध्ये तुम्हाला कोणते तरी एकरूप आयत दिसतात का?
4. Compare your table with tables filled by some of your friends.
   तुमच्या तक्त्यातील माहितीची तुलना इतरांच्या माहितीबरोबर करा.

Perimeter is 24 units परिमिती 24 एकक				
Rectangle आयत	Length लांबी	Breadth रुंदी	Semi-perimeter अर्धपरिमिती	Area क्षेत्रफळ
i				
ii				
iii				
iv				
v				
vi				
vii				

Table 5

तक्ता 5

CC-BY-SA 4.0 license, HBCSE

Task 7: Next, rectangles with equal areas and equal perimeters...?
कृती 7: आता, समान क्षेत्रफळ आणि समान परिमिती असलेले आयत...?

Can you draw two different rectangles whose perimeter is 14 units and area is 12 area units? How many different rectangles did you get? Compare your rectangles with those drawn by your friends. Are they the same?

तुम्ही असे दोन वेगवेगळे आयत काढा की ज्यांची परिमिती 14 एकक आणि क्षेत्रफळ 12 चौरस एकक आहे? तुम्ही किती वेगवेगळे आयत काढले? तुम्ही काढलेल्या आयतांची तुलना इतरांनी काढलेल्या आयतांशी करा. ते आयत सारखे आहेत का?

Did you get different rectangles? If yes, share your answer with your friends and your teacher. If you think it is not possible, think about why not?

तुम्हाला वेगळे आयत मिळाले का? याचे उत्तर होय असल्यास, तुमचे उत्तर इतरांना आणि शिक्षकांना सांगा. असे शक्य नाही, असे तुम्हाला वाटल्यास, 'का नाही' असा विचार करा.

____

____

____

Task 8: More with the grid...!
कृती 8: चौकटीबरोबर आणखी काही...!

Remember that all the vertices of all the figures that you draw should be grid points. Use the grid paper, explore and find answers to the following:

लक्षात ठेवा, तुम्ही काढलेल्या सर्व आकृत्यांचे सर्व शिरोबिंदू हे चौकट-बिंदूवर असले पाहिजेत. चौकट-कागदाचा वापर करा आणि पुढील प्रश्नांची उत्तरे शोधा.

1. If the length and the breadth of a rectangle are natural numbers, and its area is an odd number, what can you say about that rectangle's semi-perimeter (half of the perimeter)?
   जर आयताची लांबी आणि रुंदी या नैसर्गिक संख्या असतील, आणि त्याचे क्षेत्रफळ ही विषम संख्या असेल, तर त्या आयताच्या अर्धपरिमितीसंबंधी तुम्ही काय सांगाल?

   ____

   ____

2. If the length and the breadth of a rectangle are natural numbers, and its semi-perimeter is an odd number, what can you say about the area of this rectangle?
   जर आयताची लांबी आणि रुंदी या नैसर्गिक संख्या असतील, आणि त्याची अर्धपरिमिती ही विषम संख्या असेल, तर त्या आयताच्या क्षेत्रफळासंबंधी तुम्ही काय सांगाल?

   ____

   ____

3. What are the different possible areas of triangles drawn on the grid? Are all the multiples of half achieved?

CC-BY-SA 4.0 license, HBCSE

चौकट-कागदावर काढलेल्या त्रिकोणांची क्षेत्रफळे काय-काय असू शकतात? आपल्याला अर्ध्याच्या सगळ्या पटी मिळाल्या आहेत का?

____

____

4. What are the possible areas of grid squares (squares with vertices on the grid)? (These may not have integer sides!)
चौकट-कागदावर काढलेल्या चौरसांचे क्षेत्रफळ काय असू शकते? (चौरसांची बाजू पूर्णांक संख्या असतील, असे नाही)

____

____

5. What are the possible areas of tilted rectangles (rectangles with vertices on the grid)? (Hint: Look at tilted squares first).
तुम्ही काढलेल्या तिरक्या आयतांची क्षेत्रफळे काय असू शकतात? (टीप: आधी काढलेले तिरके चौरस पाहा).

____

____

References

संदर्भ

- De, P., Sircar, S., & Titus, S. (2017) November. LFHC - Area, perimeter and congruency (APC). At Right Angles, 6 (3), 53-58. Azim Premji Foundation. Retrieved from https://azimpremjiuniversity.edu.in/SitePages/resources-ara-november-2017-LFHC-area-perimeter-congruency.aspx
- Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Credits
Main Authors: Aaloka Kanhere, K. Subramaniam
Reviewers: Amber Habib, Amol Dighe, H.C. Pradhan, Jonaki Ghosh, Sneha Titus
Editors: Beena Choksi, Geetanjali Date, Ankush Gupta, Reema Mani, K. Subramaniam
Marathi Translator: Pranali Parab
Marathi Editorial Team: Deepa Chari, Aaloka Kanhere, Vijay D. Lale

Creative Commons Licence: CC BY-SA 4.0 International, HBCSE